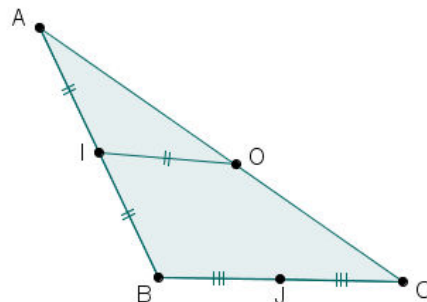


Question 2

8 (=3+5) points

Observer la figure ci-contre, puis répondre aux questions en justifiant !

- (1) Montrer que le triangle AOB est rectangle en O .
- (2) Que peut-on dire du triangle OBC ? En déduire que le triangle JOC est isocèle.

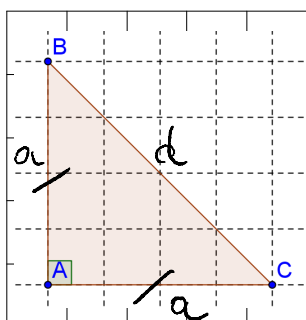


- (1) Comme $IA = IB = IO$, I est le centre du cercle circonscrit du $\triangle AOB$. De plus, I est le milieu de $[AB]$. Donc $[AB]$ est un diamètre du cercle circonscrit au $\triangle AOB$. Par conséquent $\triangle AOB$ est rectangle en O .
- (2) Comme A, O et C sont alignés et $\widehat{AOB} = 90^\circ$ on a : $\widehat{BOC} = 90^\circ$, c-à-d le $\triangle BOC$ est aussi rectangle. Le centre de son cercle circonscrit est donc $J = \text{mil}[BC]$. Donc $JO = JC \Rightarrow \triangle JOC$ est isocèle.

Question 3

6 points

Dans un triangle rectangle isocèle, on note d la longueur de l'hypoténuse et a la longueur d'un côté de l'angle droit. (1) Exprimer d en fonction de a . (2) Exprimer a en fonction de d . (3) Calculer a au mm près lorsque $d = 6$ cm.



1) Théorème de Pythagore ds $\triangle ABC$, rectangle et isocèle :

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \quad | \sqrt{}$$

$$d = \sqrt{2} \cdot a$$

2) $a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot d = \frac{\sqrt{2} \cdot d}{2}$

3) Si $d = 6$ cm alors $a = \frac{\sqrt{2} \cdot 6}{2} = 3\sqrt{2} \approx 4,24$ cm

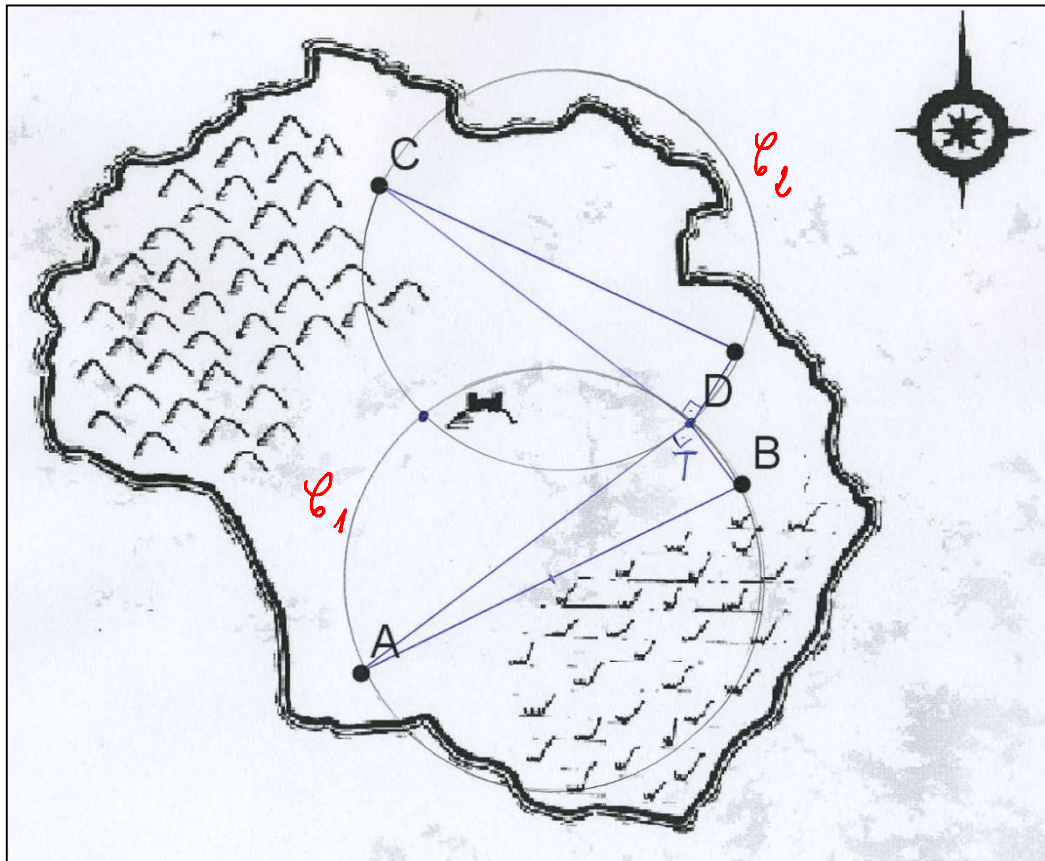
Question 4

6 points

Un trésor est caché sur la carte ci-dessous. Pour le retrouver, on dispose des deux informations suivantes :

- « 1) Le trésor se trouve en un point T tel que les angles \widehat{ATB} et \widehat{CTD} sont droits.
2) Le trésor se trouve à l'est du château au milieu de l'île. »

Construire la position exacte du trésor et expliquer !

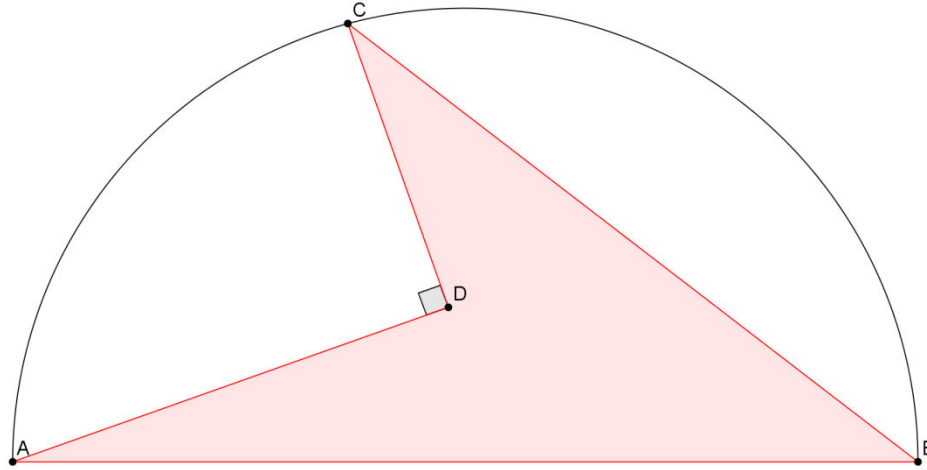


- Comme le ΔATB est rectangle en T , T se trouve sur le cercle C_1 de diamètre $[AB]$.
- Comme le ΔCTD est rectangle en T , T se trouve sur le cercle C_2 de diamètre $[CD]$.
- Les deux cercles C_1 et C_2 se coupent en 2 points, dont un seul se trouve à l'est du château. C'est le point T .

Question 5

14 points

Déterminer le périmètre et l'aire du quadrilatère $ABCD$ ci-dessous sachant que C appartient au demi-cercle de diamètre $[AB]$, $(AD) \perp (DC)$, $AB = 39$ m, $BC = 36$ m et $AD = 12$ m. (La figure n'est pas exacte.)



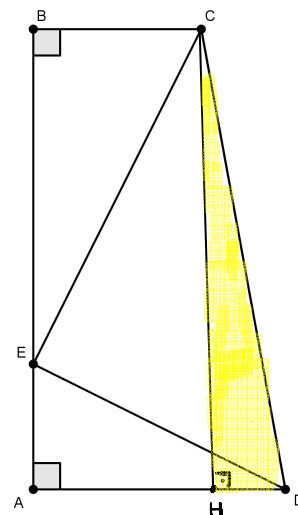
•	Comme C appartient au demi-cercle de diamètre $[AB]$, le $\triangle ABC$ est rectangle en C .
•	Théorème de Pythagore dans le $\triangle ABC$:
	$AC^2 + BC^2 = AB^2 \Leftrightarrow AC^2 + 36^2 = 39^2$
	$\Leftrightarrow AC^2 = 39^2 - 36^2 = 225 \quad / \sqrt{}$
	$\Leftrightarrow AC = 15 \text{ m}$
•	Théorème de Pythagore dans le $\triangle ACD$, rectangle en D :
	$AD^2 + DC^2 = AC^2 \Leftrightarrow 12^2 + DC^2 = 15^2$
	$\Leftrightarrow DC^2 = 15^2 - 12^2$
	$\Leftrightarrow DC^2 = 225 - 144 = 81 \quad / \sqrt{}$
	$\Leftrightarrow DC = 9 \text{ m}$
•	Périmètre du quadrilatère $ABCD$:
	$36 + 39 + 12 + 9 = 96 \text{ m}$
•	Aire du $\triangle ABC$: $\frac{15 \cdot 36}{2} = 15 \cdot 18 = 270 \text{ m}^2$
	Aire du $\triangle ADC$: $\frac{9 \cdot 12}{2} = 9 \cdot 6 = 54 \text{ m}^2$
	Aire du quadrilatère $ABCD$: $270 - 54 = 216 \text{ m}^2$

Question 6

14 (=8+3+3) points

Dans le trapèze rectangle $ABCD$ ci-contre, E est un point du côté $[AB]$. On donne : $BC = 4$ cm, $AD = 6$ cm, $AE = 3$ cm et $AB = 11$ cm.

- (1) Calculer ED , EC , et CD (valeurs exactes).
- (2) Est-ce que le triangle ECD est rectangle en E ?
- (3) Calculer une valeur approchée à 10^{-4} près du périmètre du cercle circonscrit au triangle CDE .



Corrigé :

- (1) Soit H le pied de la hauteur du trapèze issue de C :

$$ED^2 = EA^2 + AD^2 \Leftrightarrow ED^2 = 9 + 36 \Leftrightarrow ED = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$EC^2 = EB^2 + BC^2 \Leftrightarrow EC^2 = 64 + 16 \Leftrightarrow EC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$CD^2 = CH^2 + HD^2 \Leftrightarrow CD^2 = 121 + 4 \Leftrightarrow CD = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

Toutes les longueurs sont exprimées en cm.

- (2) Test :

$$ED^2 + EC^2 = CD^2 \quad (?)$$

$$\Leftrightarrow 45 + 80 = 125 \quad , \text{ VRAI !}$$

$$\Leftrightarrow 125 = 125$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EDC est donc rectangle en E .

(3) Comme le $\triangle EDC$ est rectangle en E , le rayon de son cercle circonscrit est : $r = \frac{CD}{2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Le périmètre du cercle circonscrit est donc :

$$p = 2 \cdot \pi \cdot r = 2\pi \cdot \frac{5\sqrt{5}}{2} = 5\sqrt{5} \cdot \pi$$
$$\approx 35,1241 \text{ cm.}$$