Nom : .... Prénom : ....

5M2 Corrigé du devoir I,3 30.06.2011

Question 1

14 (=4+6+4) points

(1) Définir : symétrie orthogonale d'axe d.

Voir cours !

(2) a) Quelle est l'image d'une droite par une symétrie orthogonale et pourquoi ?

L'image d'une droite est une droite car une symétrie orthogonale conserve l'alignement des points.

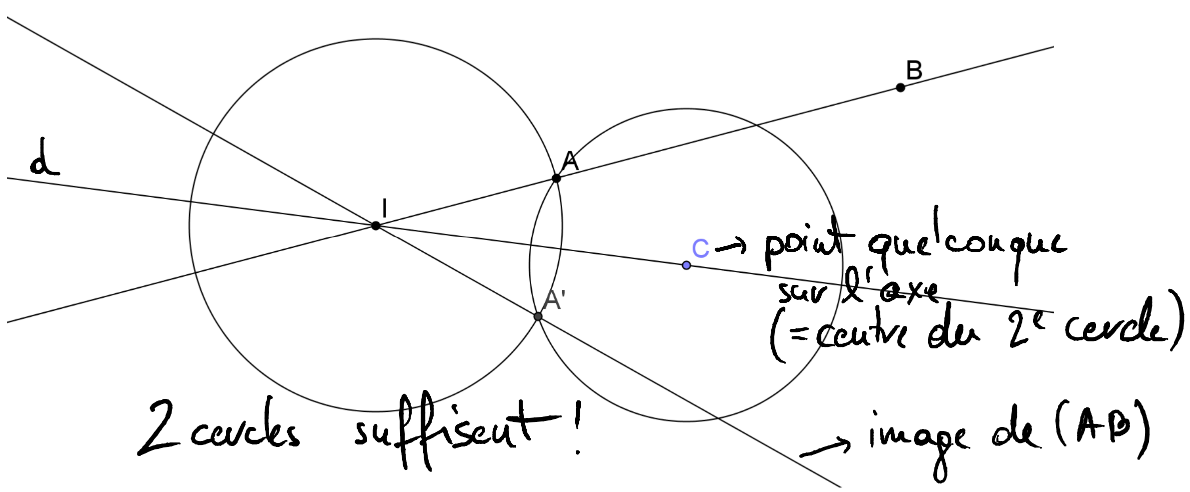
b) Est-ce qu'une symétrie orthogonale conserve les directions ? Qu'est-ce que cela signifie ?

Non, elle ne conserve pas les directions ! Cela signifie qu'une droite n'est pas nécessairement // à son image.

c) Que pouvez-vous dire de $s_d(a) = a'$ lorsque $a \parallel d$? lorsque $a \perp d$?

- Si $a // d$ alors $a' // a$ (cas particulier)
- Si $a \perp d$ alors $a' = a$ (droite invariante)

(3) Sur la figure ci-dessous, construire l'image de la droite (AB) par s_d en utilisant ***uniquement*** le compas et en traçant ***le moins possible de cercles***.



Question 2 16 points

Soit ABC un triangle rectangle en A et soit H le pied de la hauteur issue de A. Compléter le tableau ci-dessous en présentant pour chaque cas des calculs détaillés.

Cas n°	AB	AC	BC	AH	BH	CH	*aire*
(1)	17,5	60	62,5	16,8	4,9	57,6	525
(2)	5	12	13	$\frac{60}{13}$	$\frac{25}{13}$	$\frac{144}{13}$	30

Calculs :

(1) $HA^2 = HB \cdot HC$

$\Leftrightarrow 16{,}8^2 = 4{,}9 \cdot HC$

$\Leftrightarrow HC = \frac{282{,}24}{4{,}9} = 57{,}6$

- $BC = BH + HC$
  $= 4{,}9 + 57{,}6$
  $= 62{,}5$
- $aire = \frac{BC \cdot HA}{2}$
  $= \frac{62{,}5 \cdot 16{,}8}{2}$
  $= 525$
- $BA^2 = BH \cdot BC$

$\Leftrightarrow BA^2 = 4{,}9 \cdot 62{,}5 = 306{,}25$

$\Leftrightarrow BA = 17{,}5$

- $CA^2 = CH \cdot CB$

$\Leftrightarrow CA^2 = 57{,}6 \cdot 62{,}5 = 3600$

$\Leftrightarrow CA = 60$

(2) $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$\Leftrightarrow BC^2 = 25 + 144 = 169$

$\Leftrightarrow BC = 13$

- $aire = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30$
- $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC}$

$\Leftrightarrow AH = \frac{5 \cdot 12}{13} = \frac{60}{13}$

- $BA^2 = BH \cdot BC$

$\Leftrightarrow 25 = BH \cdot 13$

$\Leftrightarrow BH = \frac{25}{13}$

- $CA^2 = CH \cdot BC$

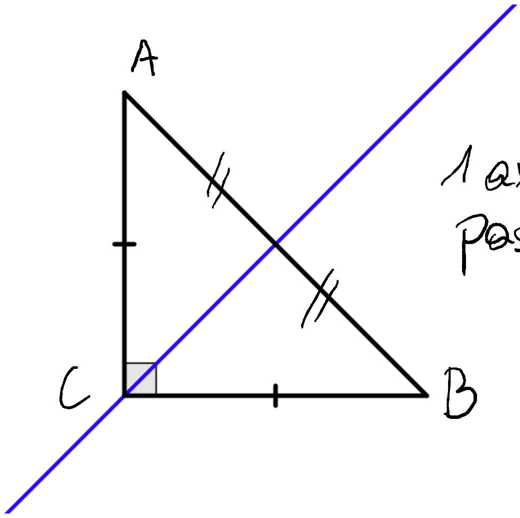
$\Leftrightarrow 144 = CH \cdot 13$

$\Leftrightarrow CH = \frac{144}{13}$

Question 3 7 points

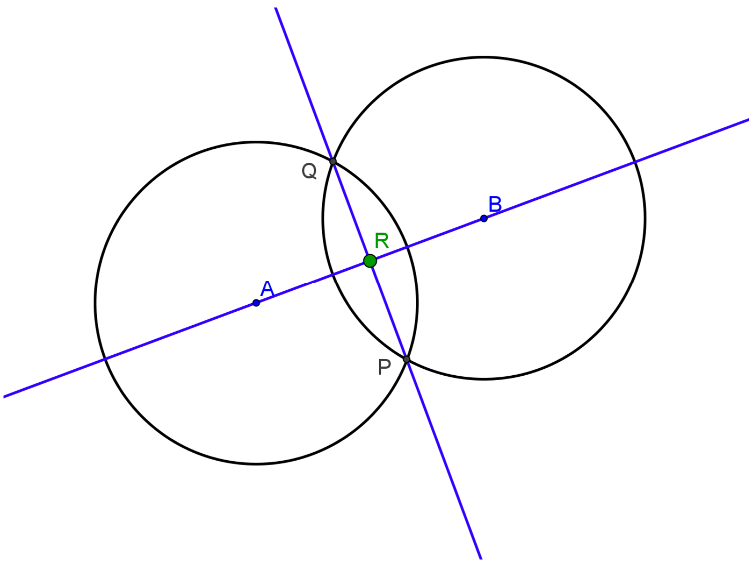
Tracer les centres de symétrie des figures suivantes en vert et les axes de symétrie en bleu. On ne demande pas d'explications !

(1) Triangle rectangle isocèle :

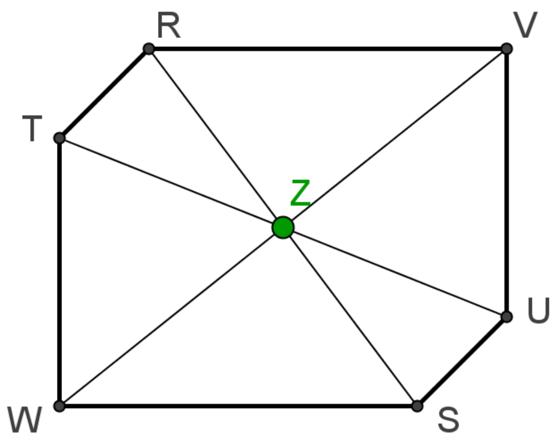


1 axe de symétrie
pas de centre de symétrie

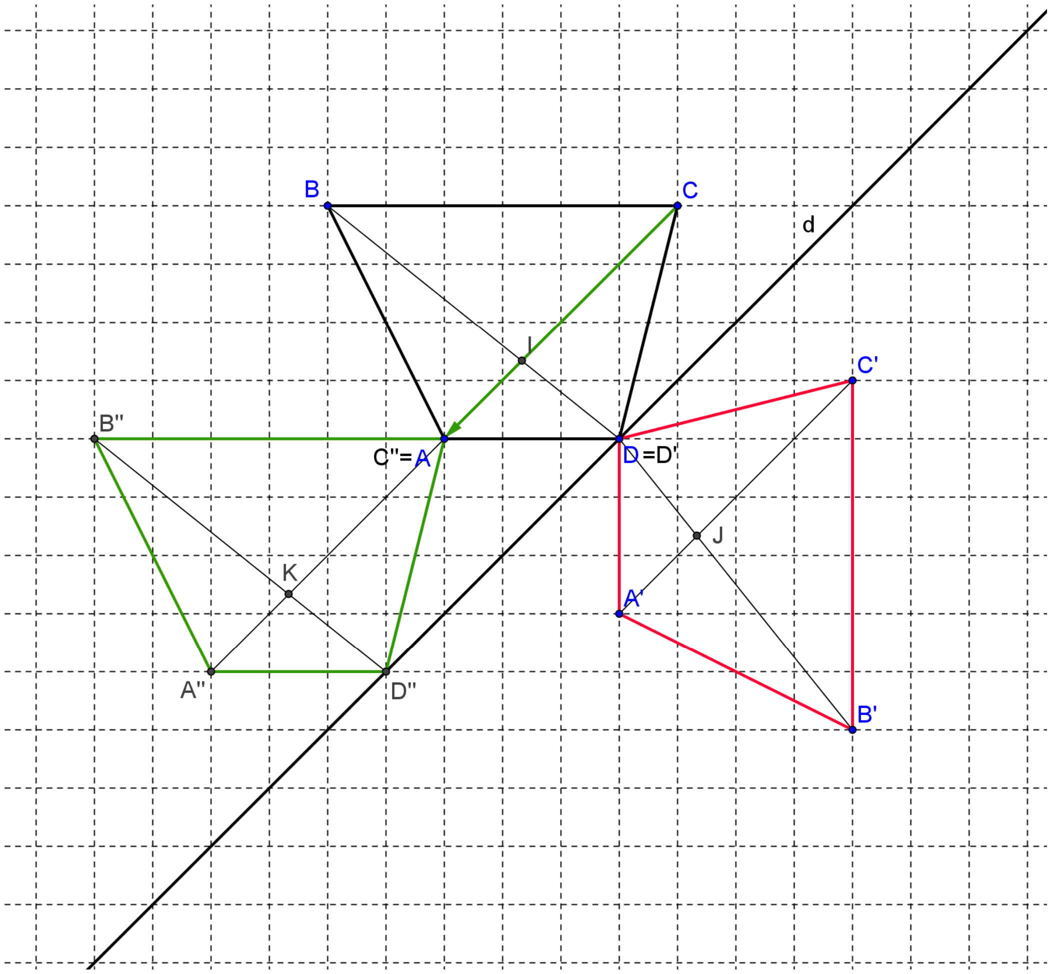
(2) Figure formée par deux cercles ***de même rayon*** (A et B sont les centres) :



(3) Un carton avec des coins découpés (côtés opposés parallèles et de même longueur) :



Question 4 18 (=6+4+2+2+2+2) points



(1) Sur la figure ci-dessus, construire l'image $A'B'C'D'$ du trapèze $ABCD$ par la symétrie s_d et l'image $A''B''C''D''$ du trapèze $ABCD$ par la translation $t_{\overrightarrow{CA}}$.

(2) Expliquer pourquoi $A''C'' = A'C'$.

$s_d([AC]) = [A'C']$. Donc $AC = A'C'$ car s_d conserve les longueurs
$t_{\overrightarrow{CA}}([AC]) = [A''C'']$. Donc $AC = A''C''$ car $t_{\overrightarrow{CA}}$ conserve les longueurs
Ainsi on a démontré que $A'C' = A''C''$.

(3) Expliquer pourquoi $A'B'C'D'$ est aussi un trapèze.

$A'B'C'D'$ est aussi un trapèze puisque s_d conserve le parallélisme. (Les bases // $[AD]$ et $[BC]$ sont transformées en les bases // $[A'D']$ et $[B'C']$.)

(4) Expliquer pourquoi les côtés du trapèze $A''B''C''D''$ sont deux à deux parallèles aux côtés du trapèze $ABCD$.

Cela provient du fait que la translation $t_{\overrightarrow{CA}}$ conserve les directions.

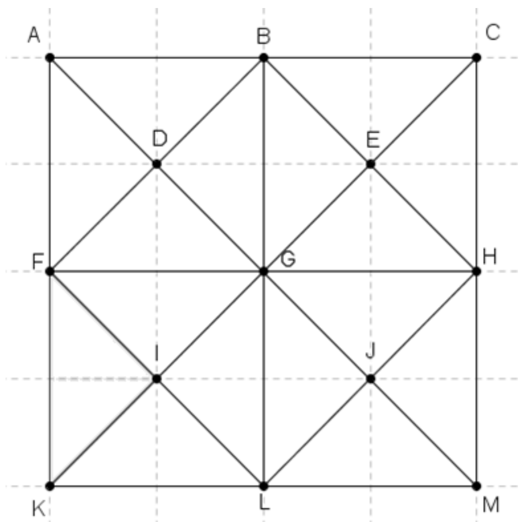
(5) Soit I le point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BD]$ du trapèze $ABCD$. Construire $J = s_d(I)$ et $K = t_{\overrightarrow{CA}}(I)$ en utilisant uniquement une règle non graduée. Expliquer comment vous obtenez J et K.

Comme $\{I\} = [AC] \cap [BD]$, on a :
$\{J\} = [A'C'] \cap [B'D']$
et $\{K\} = [A''C''] \cap [B''D'']$

(6) Existe-t-il une symétrie centrale transformant le trapèze $A'B'C'D'$ en le trapèze $A''B''C''D''$? Justifier la réponse !

Non, car une symétrie centrale conserve les directions. Or, les côtés du trapèze $A''B''C''D''$ ne sont pas 2 à 2 // aux côtés du trapèze $A'B'C'D'$.

Question 5 — 5 points



Compléter en observant la figure ci-contre :

(1) $s_G(\triangle ADI) = \triangle MJE$

(2) $t_{\overrightarrow{GD}}(\square DEJI) = \square ABGF$

(3) $s_D(s_E(C)) = A$

G. Lorang