Nom : .............................                    Prénom : ....................................

5M4 **Devoir de mathématiques II,1** 28.01.09

Les questions marquées d'un ($*$) sont à traiter sur cette feuille.

## Question 1 — 13 (=6+6+1) points

(1) ***Définir*** : a) symétrie ***centrale*** (sans figure) ;

b) symétrie ***orthogonale*** (sans figure).

(2) Etudier l'***image d'un angle*** par une symétrie orthogonale (avec figure).

(3) ***Expliquer*** la phrase : « ***Une symétrie centrale conserve la direction***. » ?

Rép. Une sym. centrale transforme une droite en une droite parallèle

## Question 2 ($*$) — 7 (=2+1+4) points

(1) Sur la figure ci-dessous, construire ***à l'aide du compas*** :

a) la droite $d$ telle que $s_d(A) = B$ et b) la droite $e$ telle que $s_e(B) = C$

(2) Compléter les phrases :

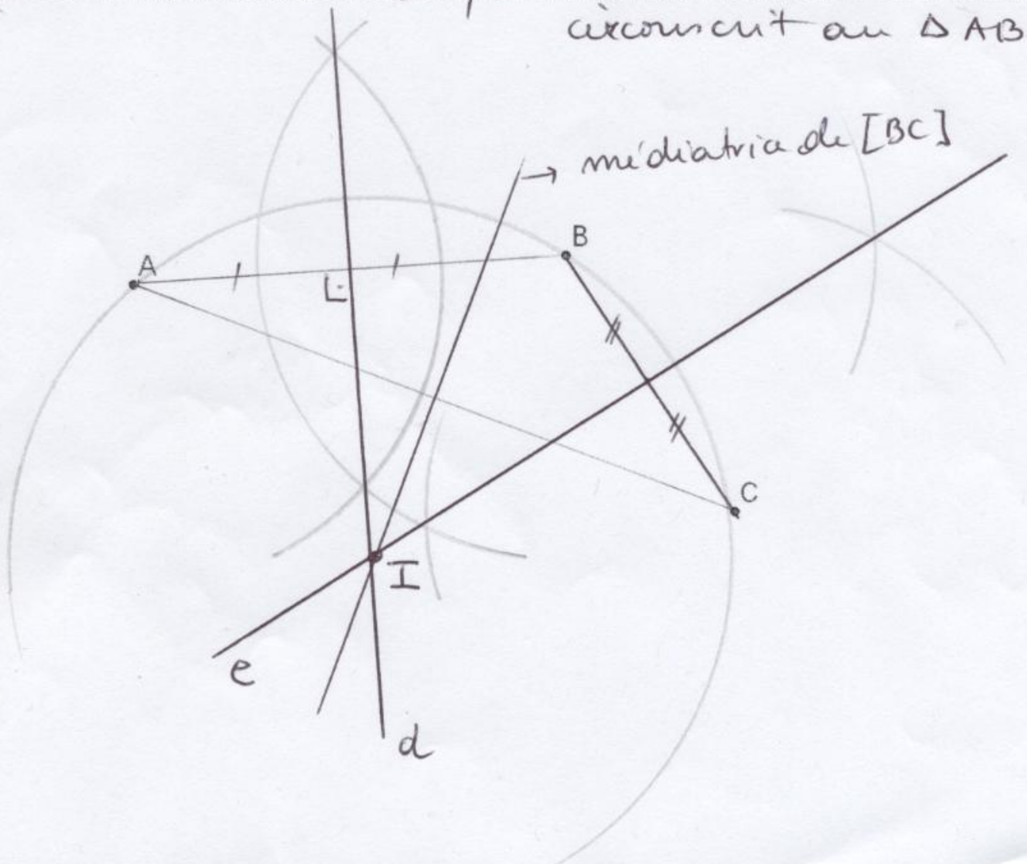
a) $d$ est la médiatrice de [AB]

b) $e$ est la médiatrice de [BC]

(3) Marquer sur la figure le ***point d'intersection*** $I$ de $d$ et de $e$. a) Démontrer que $IA = IC$. b) Quelle conclusion peut-on en tirer au sujet de $I$ ?

a) Comme $I \in$ médiatrice de $[AB]$ on a $IA = IB$
Comme $I \in$ médiatrice de $[BC]$ on a $IB = IC$
Donc $IA = IB = IC$

b) Comme $IA = IC$, $I \in$ médiatrice de $[AC]$
(Comme $IA = IB = IC$, $I$ est le centre du cercle circonscrit au $\Delta ABC$.)



Question 3 (∗) 8 (=2+1+3+2) points

(1) Sur la figure ci-dessous, construire ***à l'aide du compas*** la droite $d$ telle que $s_d([AB]) = [AC]$.

(2) Compléter la phrase : La droite $d$ est la bissectrice de $\widehat{BAC}$

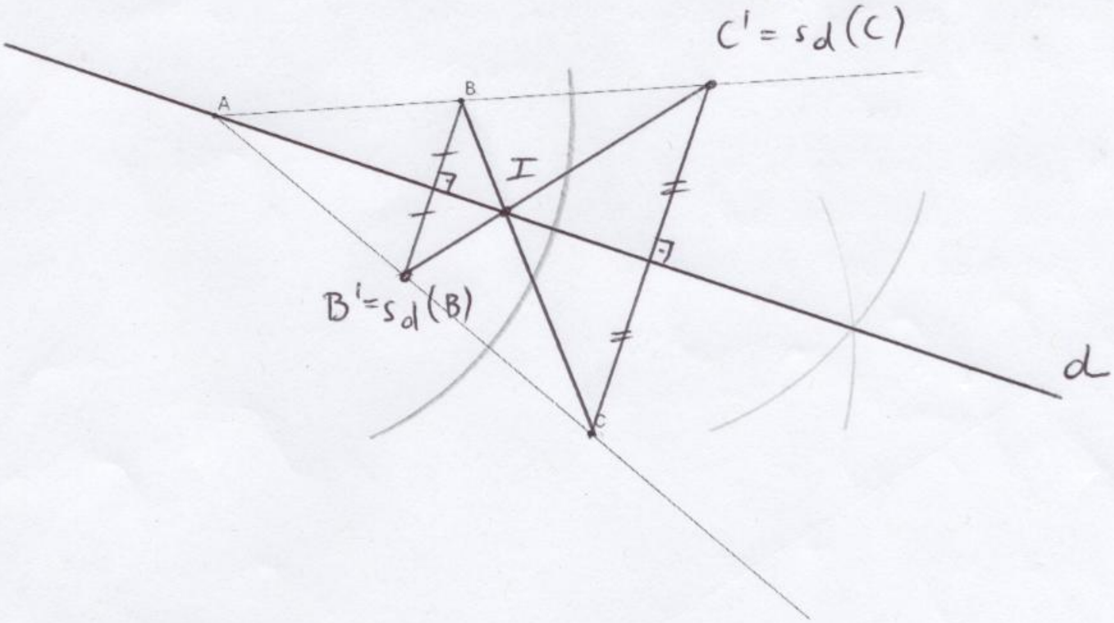
(3) Construire $[B'C'] = s_d([BC])$. Que peut-on dire a) de ces deux segments et b) de leur point d'intersection $I$ ?

a) $[B'C']$ et $[BC]$ ont même longueur car $s_d$ conserve les longueurs

b) $I \in d$ (car $s_d((BC)) = (B'C')$ et $(BC) \not\parallel d$ )

(4) Existe-t-il une ***symétrie centrale*** $s_K$ telle que $s_K([BC]) = [B'C']$ ? Pourquoi ?

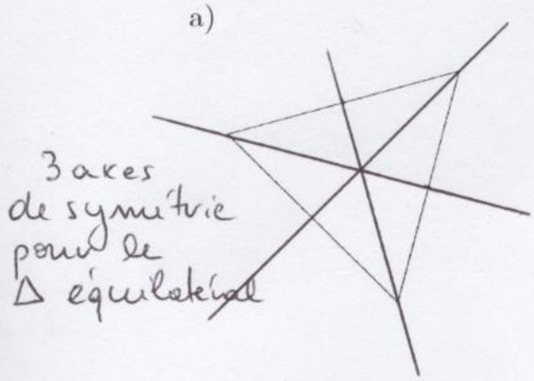
Non car si $s_K([BC]) = [B'C']$ alors $[BC]$ et $[B'C']$ devraient être parallèles (car $s_K$ conserve les directions).



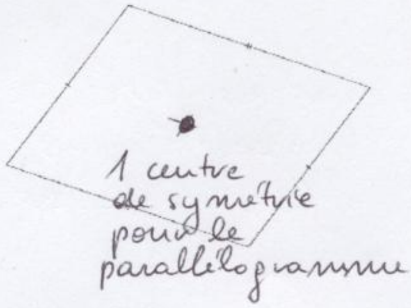
## Question 4 (*) 12 points

Déterminer les ***axes de symétrie*** (en vert) et les ***centres de symétrie*** (en bleu) des figures suivantes. On ne demande ***aucune explication***.

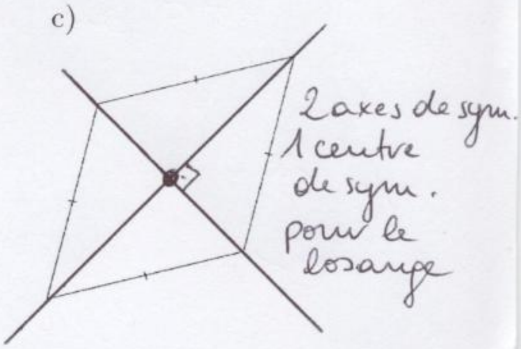
a)



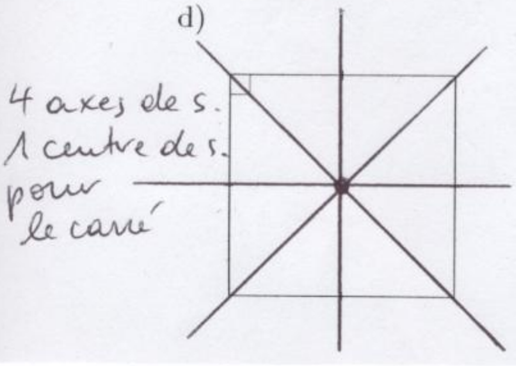

b)



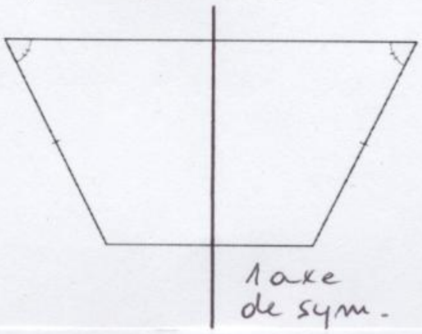

c)



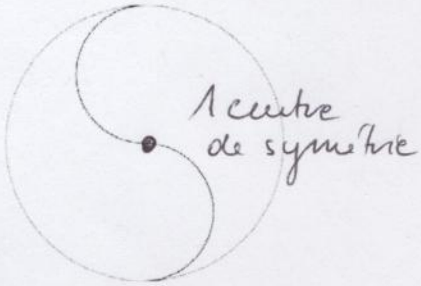

d)




e) Un trapèze isocèle




f)



**Question 5** 20 (=6+1+3+5+5) points

(1) Construire un triangle $ABC$ rectangle en $A$ tel que $AC = 5\,\text{cm}$ et $BC = 8\,\text{cm}$ (avec un programme de construction).

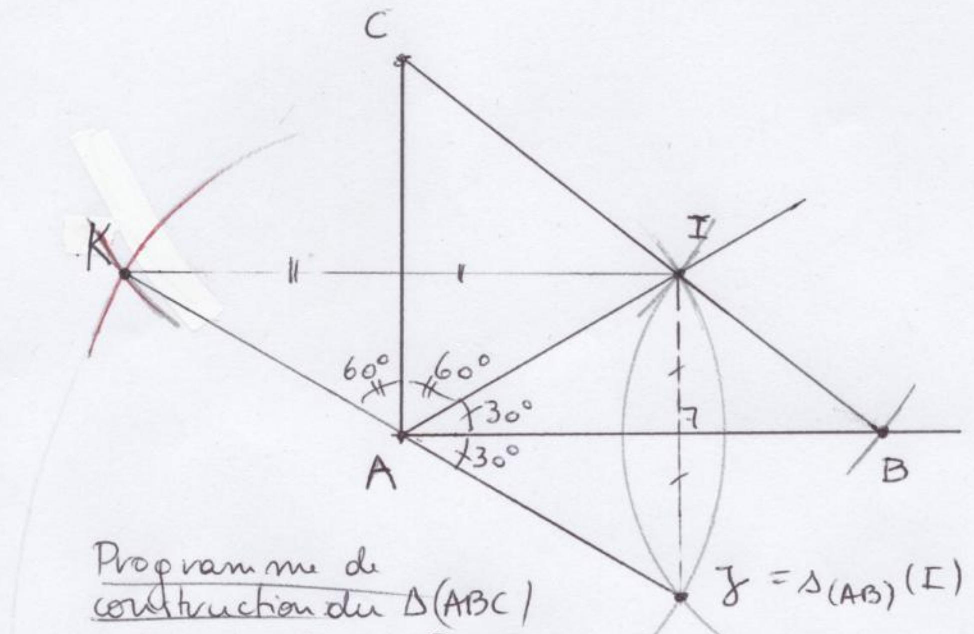
(2) Construire le point $I$ du segment $[BC]$ tel que $\widehat{BAI} = 30°$.

(3) Construire $J = s_{(AB)}(I)$ et $K = s_{(AC)}(I)$ en utilisant ***uniquement*** le compas.

(4) Déterminer les mesures de $\widehat{BAJ}$, $\widehat{CAK}$ et $\widehat{JAK}$. Justifier chaque réponse.

(5) Montrer que $AJ = AK$, puis justifier que $A = \text{mil}[JK]$.

(1) (2) (3)




Programme de construction du $\Delta(ABC)$

- On construit $[AC]$ tel que $AC = 5\,\text{cm}$
- On construit la demi-droite passant par $A$ et perpendiculaire à $[AC]$
- Avec le compas on construit $B \in$ cette demi-droite tel que $BC = 8\,\text{cm}$

(4) $s_{(AB)}(\widehat{BAI}) = \widehat{BAJ}$ donc $\widehat{BAJ} = \widehat{BAI} = 30°$

$s_{(AC)}(\widehat{CAI}) = \widehat{CAK}$ donc $\widehat{CAK} = \widehat{CAI} = 60°$

(Les sym. orthogonales conservent les angles)

$\widehat{JAK} = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 60 = 180°$

(5) $AJ = AI$ car $s_{(AB)}([AI]) = [AJ]$ et $s_{(AB)}$ conserve les longueurs.

De même, $AI = AK$ car $s_{(AC)}([AI]) = [AK]$

Donc $AJ = AK$. Comme l'angle $\widehat{JAK}$ est plat (180°) on en déduit que $A = \text{mil}[JK]$.