5M4	Corrigé du devoir III,3	1.07.09

Question 2

(1) a) $QR = QS + SR = 4 + 12 = 16$ cm

b) $QP^2 = QS \cdot QR \Leftrightarrow QP^2 = 4 \cdot 16 \Leftrightarrow QP = 8$ cm

c) $RP^2 = RS \cdot RQ \Leftrightarrow RP^2 = 12 \cdot 16 \Leftrightarrow RP = 8\sqrt{3}$ cm

d) $SP^2 = SQ \cdot SR \Leftrightarrow SP^2 = 4 \cdot 12 \Leftrightarrow SP = 4\sqrt{3}$ cm

(2) a) $QS^2 + SP^2 = PQ^2 \Leftrightarrow QS^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \Leftrightarrow QS = 15$ cm

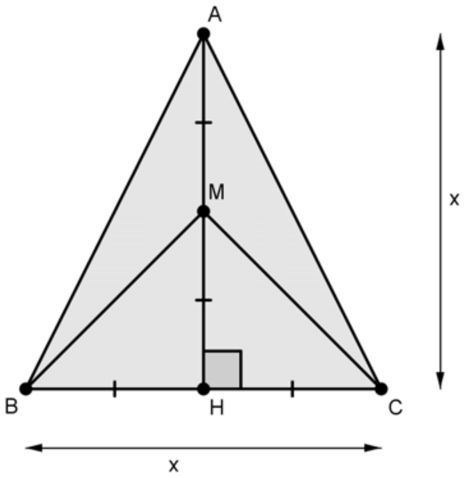
b) $QP^2 = QS \cdot QR \Leftrightarrow 17^2 = 15 \cdot QR \Leftrightarrow QR = \frac{289}{15}$ cm

c) $SR = \frac{289}{15} - 15 = \frac{64}{15}$ cm

d) $RP^2 = RS \cdot RQ \Leftrightarrow RP^2 = \frac{64}{15} \cdot \frac{289}{15} \Leftrightarrow RP = \frac{136}{15}$ cm

Question 3

(1) Figure :



(2) Théorème de Pythagore dans le triangle ABH :

$$BH^2 + AH^2 = AB^2$$
$$\Leftrightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 + x^2 = AB^2$$
$$\Leftrightarrow AB^2 = \frac{5x^2}{4}$$
$$\Leftrightarrow AB = \frac{\sqrt{5}x}{2}$$

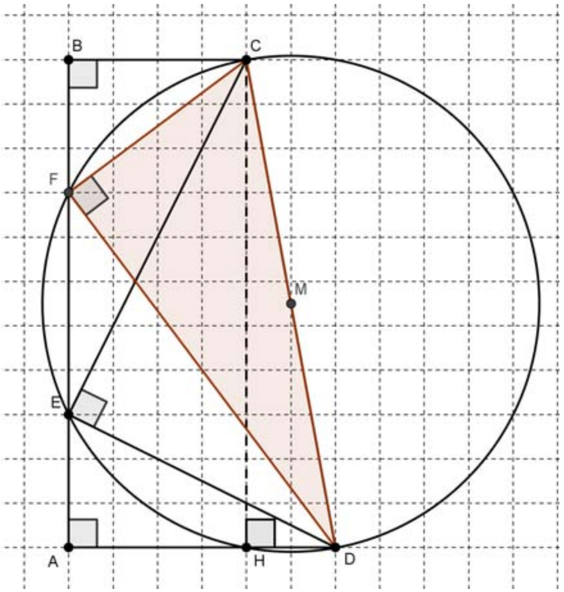
Comme le triangle ABC est isocèle en A, on a : $AC = AB$.

(3) Le triangle BCM est ***isocèle*** en M puisque M appartient à la droite (AH), qui est la médiatrice de $[BC]$. Il est ***rectangle*** en M puisque la médiane issue de M mesure la moitié du côté opposé $[BC]$. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore dans ce triangle :

$$BM^2 + MC^2 = BC^2$$
$$\Leftrightarrow 2BM^2 = x^2$$
$$\Leftrightarrow BM^2 = \frac{x^2}{2}$$
$$\Leftrightarrow BM = \frac{x}{\sqrt{2}} \quad \left(= \frac{\sqrt{2}x}{2}\right)$$

Question 4

(1)



(2) $ED^2 = EA^2 + AD^2 \Leftrightarrow ED^2 = 9 + 36 \Leftrightarrow ED = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$EC^2 = EB^2 + BC^2 \Leftrightarrow EC^2 = 64 + 16 \Leftrightarrow EC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$CD^2 = CH^2 + HD^2 \Leftrightarrow CD^2 = 121 + 4 \Leftrightarrow CD = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

Toutes les longueurs sont exprimées en cm.

(3) On applique la réciproque du théorème de Pythagore :

$$ED^2 + EC^2 = CD^2$$

$$\Leftrightarrow 45 + 80 = 125 \quad \text{, VRAI !}$$

$$\Leftrightarrow 125 = 125$$

Donc le triangle EDC est rectangle en E.

(4) Le centre du cercle circonscrit au triangle ECD est donc le milieu de l'hypoténuse $[CD]$. Le rayon est :

$$\frac{CD}{2} = \frac{5\sqrt{5}}{2} \simeq 5{,}6 \text{ cm .}$$

(5) Le cercle précédent coupe $[AB]$ en un 2^e point F. Le triangle FCD est donc rectangle en F puisqu'il est inscrit dans le cercle de diamètre le côté $[CD]$.

Question 5

$ABCDEFGH$ est un pavé tel que $AB = 8$ m, $BC = 5$ m et $BF = 6$ m. I est le centre de la face $DCGH$.

(1) Théorème de Pythagore dans le triangle DGC :

$$DG^2 = DC^2 + CG^2$$

$$\Leftrightarrow DG^2 = 64 + 36$$

$$\Leftrightarrow DG = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

Donc : $DI = DG : 2 = 5$ m.

Thm de Pythagore dans le triangle ADI , rectangle en D :

$$AI^2 = AD^2 + DI^2$$

$$\Leftrightarrow AI^2 = 25 + 25$$

$$\Leftrightarrow AI = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

(2) $[BI]$, $[FI]$ et $[EI]$ ont même longueur que $[AI]$.

G. Lorang