

Durée : 60'

Calculatrice non autorisée

Question 1

12 (=4+4+4) points

(1) Ecrire en notation scientifique :

a) 8'073 milliardièmes =  $8,073 \cdot 10^{-9} = 8,073 \cdot 10^{-6}$

b)  $0,000'00205 \cdot 10^{-19} = 2,05 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-19} = 2,05 \cdot 10^{-25}$

(2) Compléter :

a)  $420'000 \cdot 10^{-22} = 0,000'042 \cdot 10^{-12}$

b)  $0,00607 \cdot 10^{13} = 60'700 \cdot 10^6$

(3) Comparer :

a)  $4,09 \cdot 10^{-13} \rightarrow 4'090 \cdot 10^{-17} = 4,09 \cdot 10^{-14}$

b)  $\frac{6}{2^{12}} > \frac{1}{2^{11}}$   
 $= \frac{2 \cdot 3}{2^{12}} > \frac{1}{2^{11}}$

c)  $\frac{0,003}{10^8} > \frac{4000}{10^{14}} = -\frac{4}{10^{11}}$

d)  $\frac{12^{-3}}{4^{-4}} < \frac{5}{27}$

$\frac{3^{-3} \cdot 4^{-3}}{4^{-4}} = \frac{3^{-3}}{4^{-1}} = \frac{4}{27}$

8 points

Question 2

Ecrire  $49^{-3} : \frac{63^{-8}}{48^{-5}}$  sous forme d'un produit de puissances de nombres premiers.

$$\begin{aligned}
 49^{-3} : \frac{63^{-8}}{48^{-5}} &= (7^2)^{-3} \cdot \frac{(2^4 \cdot 3)^{-5}}{(3^2 \cdot 7)^{-8}} \\
 &= 7^{-6} \cdot \frac{2^{-20} \cdot 3^{-5}}{3^{-16} \cdot 7^{-8}} \\
 &= 2^{-20} \cdot 3^{-5+16} \cdot 7^{-6+8} \\
 &= 2^{-20} \cdot 3^{11} \cdot 7^2
 \end{aligned}$$

Question 3

10 points

Calculer  $\frac{8^4 \cdot (-500'000)^{-2}}{-0,000'0064}$  et mettre le résultat en notation scientifique.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{8^4 \cdot (5 \cdot 10^5)^{-2}}{-64 \cdot 10^{-7}} &= -\frac{64 \cdot 4}{100} \cdot 10^{-3} \\
 &= \frac{8^4 \cdot 5^{-2} \cdot 10^{-10}}{-64 \cdot 10^{-7}} &= -256 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \\
 &= -\frac{8^4}{8^2 \cdot 5^2} \cdot 10^{-3} &= -256 \cdot 10^{-5} \\
 &= -\frac{8^2}{25} \cdot 10^{-3} &= -2,56 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} \\
 & &= -2,56 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

Question 4

10 points

Calculer  $\frac{1 - (-0,4)^{-2}}{4 - 2 \cdot (-3)^{-1}}$  et mettre le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 - \left(\frac{4}{10}\right)^{-2}}{4 + \frac{2}{3}} &= \frac{\frac{16}{16} - \frac{100}{16}}{\frac{14}{3}} \\
 &= \frac{1 - \left(\frac{16}{100}\right)^{-1}}{\frac{12}{3} + \frac{2}{3}} &= -\frac{\frac{84}{16}}{\frac{14}{3}} \\
 &= \frac{1 - \frac{100}{16}}{\frac{14}{3}} &= -\frac{\frac{84}{16} \cdot \frac{3}{14}}{\frac{14}{3}} \\
 & &= -\frac{9}{8}
 \end{aligned}$$

Question 5

10 points

Simplifier l'expression suivante autant que possible. Ecrire le résultat sans exposant négatif.

$$\frac{2^{-10}}{(0,5xy^{-2})^{-3}} \cdot (16x^5y^{-3})^3$$

$$= \frac{2^{-10}}{\left(\frac{1}{2}xy^{-2}\right)^{-3}} \cdot (2^4x^5y^{-3})^3$$

$$= \frac{2^{-10}}{2^{+3}x^{-3}y^6} \cdot 2^{12}x^{15}y^{-9}$$

$$= 2^{-10} \cdot 2^{-3}x^3y^{-6} \cdot 2^{12} \cdot x^{15} \cdot y^{-9}$$

$$= 2^{-1}x^{18}y^{-15}$$

$$= \frac{x^{18}}{2 \cdot y^{15}}$$

Question 6

10 points

Sachant que  $a^6 = 7$  et  $b^{-3} = \frac{1}{2}$ , calculer :

$$(1) \left(\frac{b}{2}\right)^6 = \frac{b^6}{2 \cdot 2^6} = \frac{(b^{-3})^2}{2 \cdot 2^6} = \frac{(2^{-1})^{-2}}{2 \cdot 2^6} = \frac{2^2}{2 \cdot 2^6} = \frac{1}{2 \cdot 2^4} = \boxed{\frac{1}{16}}$$

$$(2) a^{-6} - b^{-6} = (a^6)^{-1} - (b^{-3})^2 = \frac{1}{7} - \frac{1}{4} = \frac{4}{28} - \frac{7}{28} = \boxed{-\frac{3}{28}}$$

$$(3) \left(\frac{a}{b}\right)^{12} = \frac{a^{12}}{b^{12}} = \frac{(a^6)^2}{(b^{-3})^{-4}} = \frac{49}{(2^{-1})^{-4}} = \frac{49}{2^4} = \boxed{\frac{49}{16}}$$

G. Lorang