

*Durée : 60'**Calculatrice non autorisée*

Question 1

25 (=3+4+4+8+6) points

Effectuer et réduire en utilisant les identités remarquables à chaque fois que c'est possible :

(1) $(7 - 3x^2)(3x^2 - 7)$

$$\begin{aligned}
 &= -(3x^2 - 7)(3x^2 - 7) \\
 &= -(3x^2 - 7)^2 \\
 &= -(9x^4 - 42x^2 + 49) \\
 &= -9x^4 + 42x^2 - 49
 \end{aligned}$$

(2) $(3a - 4b + 5)(3a + 5 + 4b)$

$$\begin{aligned}
 &= [(3a + 5) - 4b][(3a + 5) + 4b] \\
 &= (3a + 5)^2 - (4b)^2 \\
 &= 9a^2 + 30a + 25 - 16b^2
 \end{aligned}$$

(3) $(8x + 3y - 2)^2$

$$\begin{aligned}
 &= [(8x + 3y) - 2]^2 \\
 &= (8x + 3y)^2 - 2(8x + 3y) \cdot 2 + 4 \\
 &= 64x^2 + 48xy + 9y^2 - 32x - 12y + 4
 \end{aligned}$$

$$(4) \left(a - \frac{3b}{2}\right) \left(-\frac{a}{5} + \frac{7b}{2}\right) - 2 \cdot \left(a + \frac{b}{3}\right)^2$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(-\frac{a^2}{5} + \frac{7ab}{2} + \frac{3ab}{10} - \frac{21b^2}{4}\right) - 2 \cdot \left(a^2 + \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right) \\
 &= -\frac{a^2}{5} + \frac{35ab}{10} + \frac{3ab}{10} - \frac{21b^2}{4} - 2a^2 - \frac{4ab}{3} - \frac{2b^2}{9} \\
 &= -\frac{11a^2}{5} + \frac{38ab}{10} - \frac{4ab}{3} - \frac{189b^2}{36} - \frac{8b^2}{36} \\
 &= -\frac{11a^2}{5} + \frac{37ab}{15} - \frac{197b^2}{36}
 \end{aligned}$$

$$(5) \left(x^2 - \frac{1}{4}\right) \left(x^4 + \frac{1}{16}\right) \left(-x^2 - \frac{1}{4}\right)$$

$$\begin{aligned}
 &= -\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) \left(x^2 + \frac{1}{4}\right) \left(x^4 + \frac{1}{16}\right) \\
 &= -\left(x^4 - \frac{1}{16}\right) \left(x^4 + \frac{1}{16}\right) \\
 &= -\left(x^8 - \frac{1}{256}\right) \\
 &= -x^8 + \frac{1}{256}
 \end{aligned}$$

Question 2

12 (=2+3+3+4) points

Compléter les trinômes suivants en trinômes carrés parfaits puis les factoriser :

$$(1) \quad 36a^4b^8 + 121c^6 - 132a^2b^4c^3$$

$$\begin{aligned}
 &= (6a^2b^4)^2 - 2 \cdot 6a^2b^4 \cdot 11c^3 + (11c^3)^2 \\
 &= (6a^2b^4 - 11c^3)^2
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad \frac{25}{a^6} + \frac{10}{3a^3} + \frac{1}{9} \dots\dots\dots$$

$$= \left(\frac{5}{a^3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{5}{a^3} \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= \left(\frac{5}{a^3} + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$(3) \quad x^4 - 1 + \dots\dots\dots \frac{1}{4x^4} \dots\dots\dots$$

$$= x^4 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{1}{2x^2}\right)^2$$

$$= \left(x^2 - \frac{1}{2x^2}\right)^2$$

$$(4) \quad 49(x-5)^2 + 42(5-x) + \dots\dots\dots 9$$

$$= [7(x-5)]^2 - 2 \cdot 7(x-5) \cdot 3 + 3^2$$

$$= (7(x-5) - 3)^2 = (7x - 35 - 3)^2 = (7x - 38)^2$$

Question 3

23 (=3+4+4+6+6) points

Factoriser les expressions suivantes autant que possible :

$$(1) \quad 150a^5b^3 - 180a^3b^4 + 54ab^5$$

$$= 6ab^3(25a^4 - 30a^2b + 9b^2)$$

$$= 6ab^3[(5a^2)^2 - 2 \cdot 5a^2 \cdot 3b + (3b)^2]$$

$$= 6ab^3(5a^2 - 3b)^2$$

$$(2) \quad -81x^8 + 18x^4 - 1$$

$$= -(81x^8 - 18x^4 + 1)$$

$$= -[(9x^4)^2 - 2 \cdot 9x^4 \cdot 1 + 1^2]$$

$$= -(9x^4 - 1)^2$$

$$= -(3x^2 - 1)^2(3x^2 + 1)^2$$

$$(3) \quad (x^2 - 10)^2 - 36$$

$$= (x^2 - 10 - 6)(x^2 - 10 + 6)$$

$$= (x^2 - 16)(x^2 - 4)$$

$$= (x - 4)(x + 4)(x - 2)(x + 2)$$

$$(4) \quad \left(\frac{5x^2}{2} + 2x - 4 \right)^2 - \left(\frac{3x^2}{2} + 2x + 5 \right)^2$$

$$= \left[\left(\frac{5x^2}{2} + 2x - 4 \right) - \left(\frac{3x^2}{2} + 2x + 5 \right) \right] \cdot \left[\left(\frac{5x^2}{2} + 2x - 4 \right) + \left(\frac{3x^2}{2} + 2x + 5 \right) \right]$$

$$= \left(\frac{5x^2}{2} + 2x - 4 - \frac{3x^2}{2} - 2x - 5 \right) \left(\frac{5x^2}{2} + 2x - 4 + \frac{3x^2}{2} + 2x + 5 \right)$$

$$= (x^2 - 9)(4x^2 + 4x + 1)$$

$$= (x - 3)(x + 3)(2x + 1)^2$$

$$(5) \quad (3y - 1)^2(5y + 10) + 4(y + 2)^2(1 - 3y)$$

$$= 5(3y - 1)^2(y + 2) - 4(y + 2)^2(3y - 1)$$

$$= (3y - 1)(y + 2)[5(3y - 1) - 4(y + 2)]$$

$$= (3y - 1)(y + 2)(15y - 5 - 4y - 8)$$

$$= (3y - 1)(y + 2)(11y - 13)$$

G. Lorang