Nom : ..... Prénom : .....

5M4 Devoir de mathématiques III,1 15.05.2012

Durée : 55' ***Calculatrice autorisée***

Question 1 12 (=4+4+4) points

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

(1) $\left(2x-1\right)x^2 = -5\left(1-2x\right)$

(2) $\left(3x-1\right)\left(x^2-4\right)+\left(2-x\right)\left(9x^2-1\right)=0$

(3) $\left(x^2+7\right)\left(-9x^2-42x-49\right)=0$

Question 2 10 points

Résoudre l'équation rationnelle suivante en indiquant les conditions d'existence :

$$\frac{x}{x^2-4}+\frac{3}{(x-1)(2-x)}=\frac{10}{(x^2-4)(1-x)}$$

Question 3 — 12 (=6x2) points

Simplifier les ensembles suivants autant que possible et indiquer s'il s'agit d'un intervalle en cochant la case en fin de ligne. (On ne demande pas de faire une figure sur cette feuille !)

(1) $\left]-\infty, 5\right] \cap \left]2, 9\right[=$ ..... ☐

(2) $\left]-3, 6\right] \cup \left[2, 8\right[=$ ..... ☐

(3) $\left[-2, 8\right] \cap \mathbb{N} =$ ..... ☐

(4) $\left[0, 3\right] \cup \left\{1, 2, 3, 4\right\} =$ ..... ☐

(5) $\left]-\infty, \frac{\sqrt{15}}{3}\right[\cap \left[\sqrt{2}, 7\right[=$ ..... ☐

(6) $\left[\frac{1}{3}, \frac{45}{18}\right[\cup \left[\frac{35}{14}, 3\right[=$ ..... ☐

Question 4 — 6 points

Résoudre l'inéquation suivante dans $\mathbb{R}$ et donner son ensemble de solutions :

$$\frac{x}{3} - \frac{2x-1}{4} \leq \frac{1}{3}\left(2 - \frac{x+1}{5}\right)$$

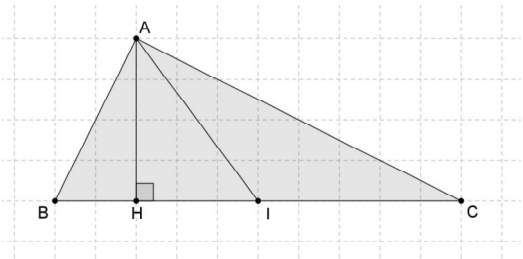
Question 5 8 points

Démontrer le ***théorème du cercle de Thalès*** : Si le triangle ABC est inscrit dans un cercle tel que $[BC]$ est un diamètre du cercle, alors le triangle ABC est rectangle en A. (On demande de faire une figure soignée !)

Question 6 — 12 (=6+6) points

(1) Soit ABC un triangle tel que : $AB = 2 - \sqrt{2}$, $BC = 2 + \sqrt{2}$ et $BC = 2\sqrt{3}$. Ce triangle est-il rectangle ? Si oui, quel est le sommet de l'angle droit ?

(2) Sur la figure ci-contre, H est le pied de la hauteur issue de A du triangle ABC et $I = \text{mil}[BC]$. On donne : $BC = 10$, $IH = 3$ et $HA = 4$. Calculer AI et en déduire la nature du triangle ABC.



G. Lorang