

Nom : ..... corrigé .....

Prénom : .....

5M4

Devoir de mathématiques III,2

8.06.2012

*Durée : 55'*

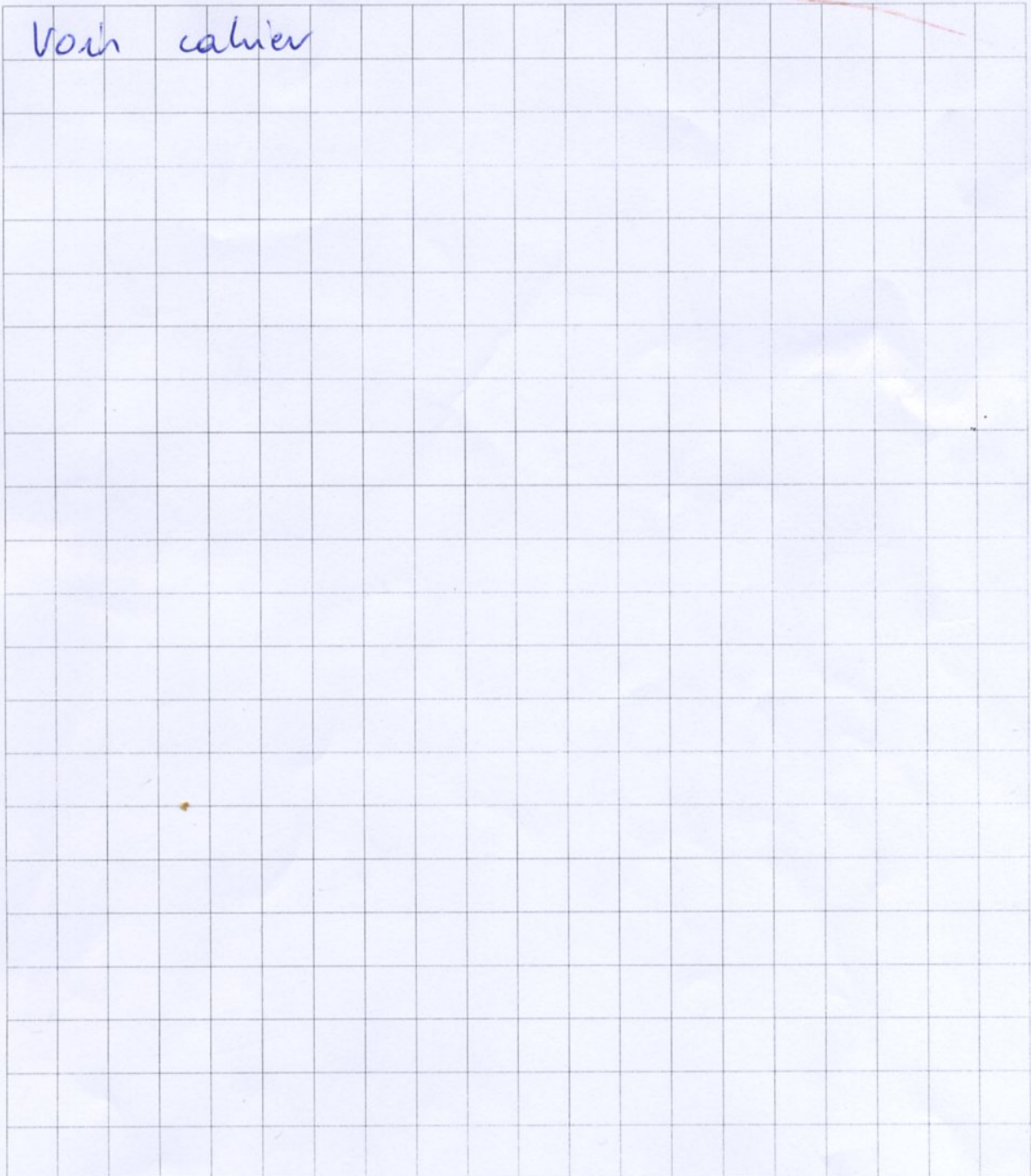
*Calculatrice autorisée*

Question 1

10 points

Soit  $ABC$  un triangle rectangle en  $A$  et soit  $H$  le pied de la hauteur issue de  $A$ .  
Démontrer le théorème de la hauteur suivant :  $HA^2 = HB \cdot HC$  (+figure).

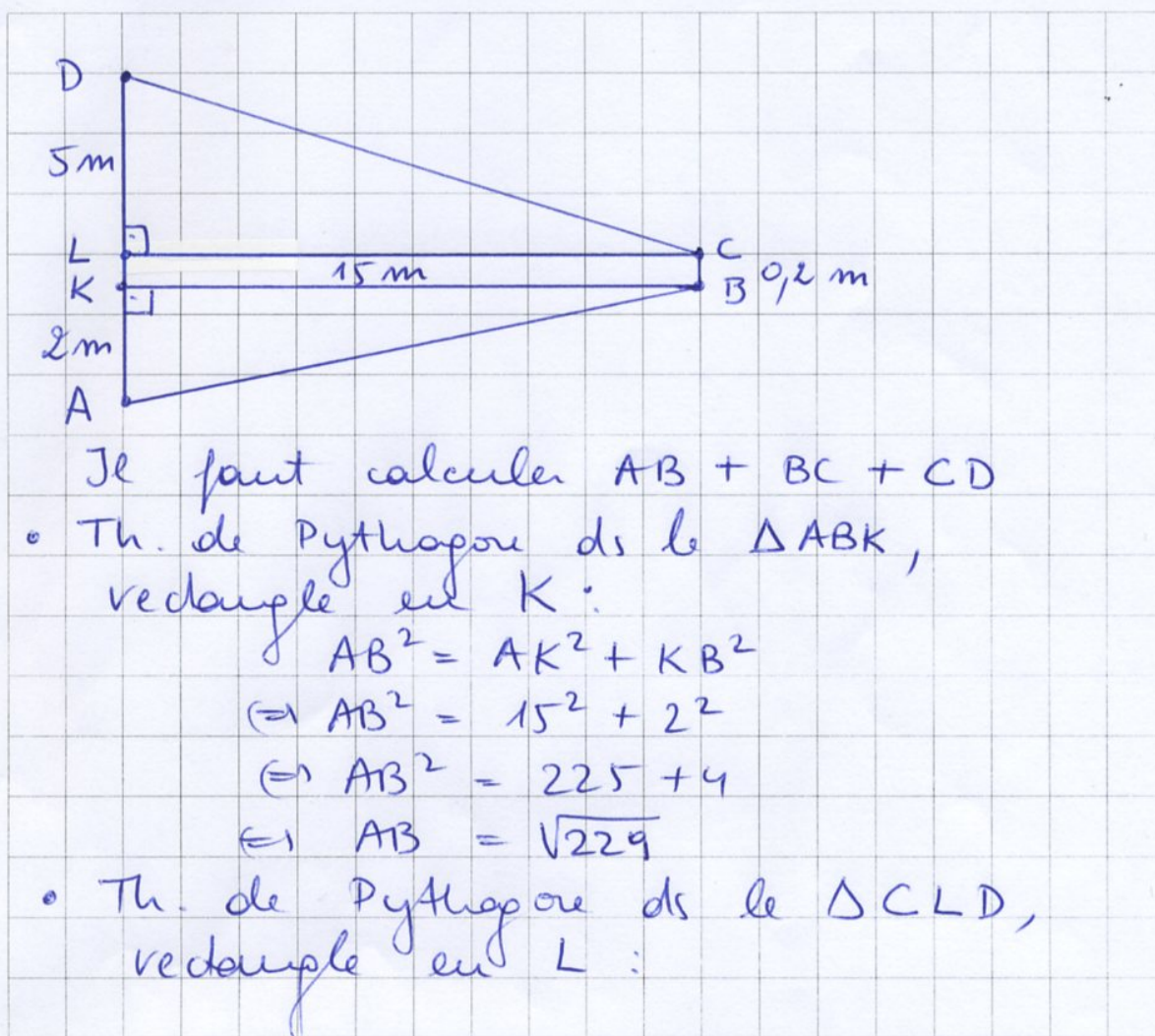
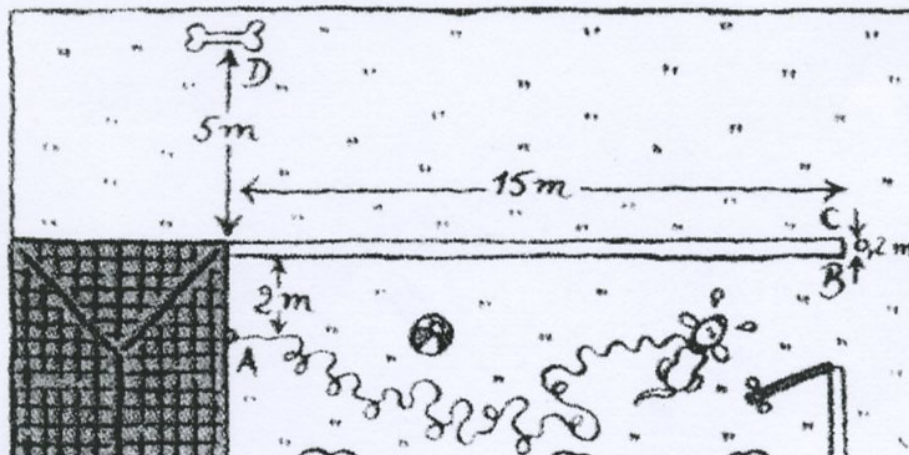
Voir cahier



## Question 2

14 points

Sur la figure ci-dessous on peut voir le chien Melba, attaché à une chaîne de 35 m de long au point A. Melba peut-il atteindre l'os qui se trouve à 5 m du mur à l'extérieur du jardin au point D ? Justifier votre réponse en faisant un schéma géométrique et indiquant tous les calculs. On précise encore que le mur est trop haut pour que Melba puisse sauter par dessus.





$$CD^2 = CL^2 + LD^2$$

$$\Leftrightarrow CD^2 = 15^2 + 5^2$$

$$\Leftrightarrow CD^2 = 225 + 25 = 250$$

$$\Leftrightarrow CD = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}$$

Donc  $AB + BC + CD$

$$= \sqrt{229} + 0,2 + 5\sqrt{10}$$

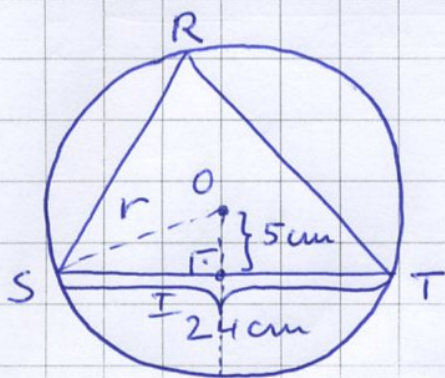
$$\approx 31,144$$

Comme  $AB + BC + CD < 35$ , le chien peut atteindre l'bs.

### Question 3

6 points

Soit  $RST$  un triangle et soit  $O$  le centre de son cercle circonscrit  $C$ . Déterminer le rayon  $r$  du cercle  $C$  sachant que  $O$  est à 5 cm de  $[ST]$  et  $ST = 24$  cm.



$$I = \text{mil } [ST]$$

$$O \in \text{médiatrice de } [ST]$$

$$O \text{ est à } 5 \text{ cm de } [ST]$$

$$\Rightarrow OI = 5 \text{ cm}$$

Th. de Pythagore dans le  $\triangle OSI$ , rectangle en  $I$  :

$$OS^2 = OI^2 + IS^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 5^2 + 12^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 25 + 144$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 169$$

$$\Leftrightarrow \boxed{r = 13}$$

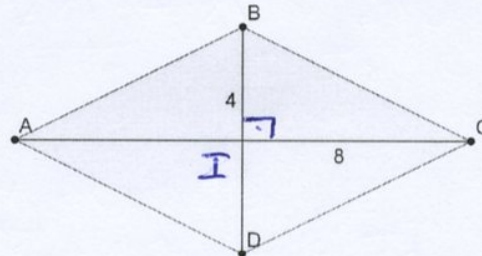


Question 4

12 (=6+6) points

Calculer en justifiant le *périmètre* et l'*aire* des figures suivantes :

- (1)  $ABCD$  est un losange dont les diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  mesurent 4 et 8 cm respectivement.



Les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu  $I$ .

T.P. dans le  $\triangle ABI$ , rectangle en  $I$  :

$$AB^2 = AI^2 + IB^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = 4^2 + 2^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = 20$$

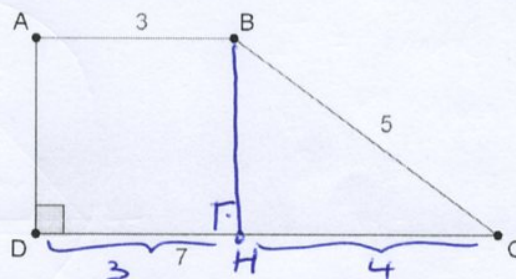
$$\Leftrightarrow AB = 2\sqrt{5}$$

Périmètre :

$$4 \cdot 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \text{ cm}$$

Aire :  $\frac{4 \cdot 8}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ cm}^2$

- (2)  $ABCD$  est un trapèze rectangle dont on connaît seulement les longueurs des 3 côtés indiqués sur la figure ci-dessous.



Soit  $H$  le pied de la hauteur issue de  $B$ .

$$BC^2 = BH^2 + HC^2$$

$$\Leftrightarrow 25 = BH^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow BH^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow BH = 3$$

Périmètre :

$$3 + 3 + 5 + 7 = 18$$

Aire :

$$\frac{7+3}{2} \cdot 3 = 5 \cdot 3 = 15$$



Question 5

18 (=9+9) points

Soit  $ABC$  un triangle rectangle en  $A$ ,  $H$  le pied de la hauteur issue de  $A$  et  $M = \text{mil}[BC]$ . On note  $a = BC$ ,  $b = AC$ ,  $c = AB$ ,  $h = AH$ ,  $b' = HC$ ,  $c' = BH$  et  $m = AM$ . Compléter le tableau suivant par les *valeurs exactes* en présentant pour chaque cas des calculs détaillés et justifiés.

	$a$	$b$	$c$	$b'$	$c'$	$h$	$m$	aire
(1)	23,66	21,84	9,1	20,16	3,5	8,4	11,83	99,372
(2)	40	24	32	14,4	25,6	19,2	20	384

(1) •  $c^2 = c' \cdot a$   
 $\Leftrightarrow 9,1^2 = 3,5 \cdot a$   
 $\Leftrightarrow a = 23,66$

•  $b'^2 = b' \cdot a$   
 $\Leftrightarrow b'^2 = 20,16 \cdot 3,5$   
 $\Leftrightarrow b'^2 = 70,56$   
 $\Leftrightarrow b' = 8,4$

•  $h^2 = b' \cdot c'$   
 $\Leftrightarrow h^2 = 20,16 \cdot 3,5$   
 $\Leftrightarrow h^2 = 70,56$   
 $\Leftrightarrow h = 8,4$

•  $b^2 = b' \cdot a$   
 $\Leftrightarrow b^2 = 20,16 \cdot 23,66$   
 $\Leftrightarrow b^2 = 476,9856$   
 $\Leftrightarrow b = 21,84$

• aire =  $\frac{b \cdot c}{2} = 99,372$       •  $m = \frac{a}{2} = 11,83$

(2) •  $b^2 = b' \cdot a$   
 $\Leftrightarrow b^2 = 14,4 \cdot 40$   
 $\Leftrightarrow b^2 = 576$   
 $\Leftrightarrow b = 24$

•  $c^2 = c' \cdot a$   
 $\Leftrightarrow c^2 = 25,6 \cdot 40$   
 $\Leftrightarrow c^2 = 1024$   
 $\Leftrightarrow c = 32$

•  $h^2 = b' \cdot c'$   
 $\Leftrightarrow h^2 = 14,4 \cdot 25,6$   
 $\Leftrightarrow h^2 = 368,64$   
 $\Leftrightarrow h = 19,2$

• aire =  $\frac{b \cdot c}{2} = 384$        $m = \frac{a}{2} = 20$