Nom : .... Prénom : ....

5M5 **Devoir de mathématiques I,1** 17.10.2012

Durée : 55' *Calculatrice non autorisée*

Question 1

16 (3+3+2+8) points

(1) Définir $\mathbb{Q}$ en compréhension et dire comment s'appellent ses éléments :

$\mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}^* \}$

Les éléments de $\mathbb{Q}$ sont appelés nombres rationnels.

(2) Que peut-on dire du développement décimal

- d'un nombre de l'ensemble $\mathbb{Q}$? Le d.d. d'un nombre rationnel est fini ou illimité périodique
- d'un nombre de l'ensemble $\mathbb{I}$? Le d.d. d'un nombre irrationnel est toujours illimité non périodique.

(3) Compléter : $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$; $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$

(4) Faire un diagramme de Venn avec tous les ensembles de nombres que vous connaissez et placer sur ce diagramme les nombres suivants :

$a = -\frac{52}{13}$; $b = 8,\bar{3}$; $c = -4\pi$; $d = \frac{3}{125}$; $e = \frac{143}{11}$; $f = 4,2727$; $g = \frac{70}{45}$.

$a = -4 \in \mathbb{Z}$

$b \in \mathbb{Q}$

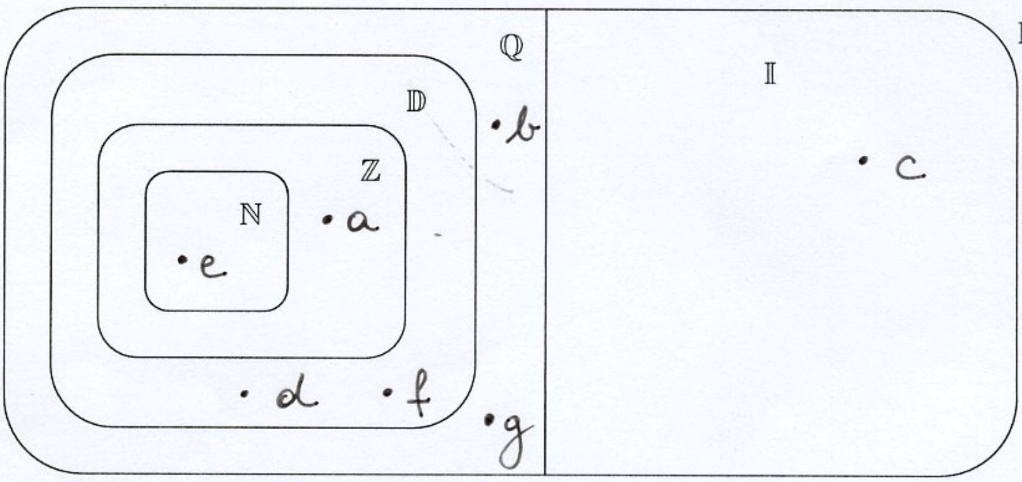
$c \in \mathbb{I}$

$d = \frac{3}{5^3} \in \mathbb{D}$

$e = 13 \in \mathbb{N}$

$f \in \mathbb{D}$

$g = \frac{14}{9} \in \mathbb{Q}$



Question 2 20 (=16+4) points

(1) Mettre les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible, puis décider s'il s'agit d'un nombre décimal ou non en justifiant votre réponse.

$$u = \frac{91}{175} \;;\; v = \frac{14^8}{40^3 \cdot 98^4} \;;\; r = \frac{5}{2,\overline{6}} \;;\; s = \frac{-21}{49} : \frac{54}{-84} \cdot \left(-\frac{18}{5}\right) \;;\; t = \frac{1 - \frac{4,2}{0,06}}{3^3 \cdot 2^2}$$

$$u = \frac{91}{175} = \frac{\cancel{7} \cdot 13}{\cancel{7} \cdot 25} = \frac{13}{25} = \frac{13}{5^2} \quad \left(= \frac{52}{100}\right) \in \mathbb{D}$$

$$v = \frac{14^8}{40^3 \cdot 98^4} = \frac{(2 \cdot 7)^8}{(2^3 \cdot 5)^3 \cdot (2 \cdot 7^2)^4}$$

$$= \frac{\cancel{2^8} \cdot \cancel{7^8}}{2^{\cancel{3}} \cdot 5^3 \cdot 2^4 \cdot \cancel{7^8}} = \frac{1}{2^5 \cdot 5^3} \in \mathbb{D}$$

$$r = \frac{5}{2,\overline{6}} = \frac{5}{2 + \frac{2}{3}} = \frac{5}{\frac{8}{3}} = \frac{15}{8} = \frac{15}{2^3} \in \mathbb{D}$$

$$t = \frac{1 - \frac{4,2}{0,06}}{3^3 \cdot 2^2} = \frac{1 - \frac{\cancel{420}^{70}}{\cancel{6}_1}}{3^3 \cdot 2^2}$$

$$= \frac{-69}{3^3 \cdot 2^2} = -\frac{\cancel{3} \cdot 23}{3^{\cancel{3}}_2 \cdot 2^2} = -\frac{23}{2^2 \cdot 3^2} \notin \mathbb{D}$$

$$s = -\frac{\cancel{21}^3}{\cancel{49}_7} : \frac{\cancel{54}^{27}}{-\cancel{84}_{42}} \cdot \left(-\frac{18}{5}\right)$$

$$= -\frac{\cancel{3}}{\cancel{7}_1} \cdot \frac{\cancel{42}^6}{\cancel{27}_3} \cdot \frac{\cancel{18}^2}{5}$$

$$= -\frac{12}{5} \in \mathbb{D}$$

Justification: Une fraction irréductible dont le dénominateur ne contient que les facteurs premiers 2 et 5 $\in \mathbb{D}$

(2) Calculer les nombres suivants et dire s'il s'agit de nombres décimaux ou non.

$x =$ l'opposé de l'inverse de la somme de 3 et de 5 ;

$y =$ la somme de l'inverse de 3 et du carré de 5 ;

$z =$ le quotient du double de 10 par la différence de 3 et de 5.

$$x = -\frac{1}{3+5} = -\frac{1}{8} = -\frac{1}{2^3} \in \mathbb{D}$$

$$y = \frac{1}{3} + 5^2 = \frac{1}{3} + 25 = \frac{76}{3} \notin \mathbb{D}$$

$$z = \frac{2 \cdot 10}{3-5} = \frac{20}{-2} = -10 \in \mathbb{D}$$

Question 3

7 (=4+3) points

Déterminer le 2012ᵉ chiffre derrière la virgule de a) $\frac{5}{13}$ et b) $\frac{5}{13} : 1000$

$5 : 13 = 0,\overline{384615}$

$\underbrace{384615}_{6 \text{ chiffres}}$

```
 5 : 13
 0
 --
 50
 39
 ---
 110
 104
 ---
   60
   52
   --
    80
    78
    --
     20
     13
     --
      70
      65
      --
       5
```

Division euclidienne :

$2012 = 6 \cdot 335 + 2$

a) Donc le 2012^e chiffre derrière la virgule de $5/13$ est $\boxed{8}$

b) $5/13 : 1000 = 0,\underbrace{000}_{3 \text{ chiffres}}\overline{384615}$

Donc :

$2009 = 6 \cdot 334 + 5$

Le 2012^e chiffre est $\boxed{1}$.

Question 4

$\sqrt{81} = 9$ 7 points

Compléter par $\in$, $\notin$, $\subset$, $\not\subset$ ou $=$:

$-4,\overline{9}$.$\in$. $\mathbb{Z}$	$\sqrt{2}$.$\notin$. $\mathbb{Q}$	$\sqrt{(-3)^4}$.$\notin$. $\mathbb{I}$
$24\mathbb{N}$.$\subset$. $8\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}_+$.$=$. $\mathbb{N}$	$\frac{4^3}{2^6}$.$\in$. $\mathbb{N}$
$\left\{\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \ldots, \frac{100}{5}\right\}$.$\subset$. $\mathbb{D}_+$	$\mathbb{I}$.$\not\subset$. $\mathbb{R}_+$	$= \frac{2^6}{2^6} = 1$
$\frac{6}{75}$.$\in$. $\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$.$\not\subset$. $\mathbb{D}$	

Question 5

10 (=4+6) points

Mettre $a = -8,\overline{2}$ et $b = 0,0\overline{162}$ sous forme de fractions irréductibles.

Soit
$$\begin{array}{rcl} a' &=& 8,\overline{2} = 8,222\ldots \\ 10a' &=& 82,222\ldots \\ \hline 9a' &=& 74 \\ a' &=& \frac{74}{9} \end{array}$$

Donc $\boxed{a = -\frac{74}{9}}$

$$\begin{array}{rcl} b &=& 0,0162162162\ldots \\ 1000b &=& 16,2162162162\ldots \\ \hline 999b &=& 16,2 \quad | :999 \end{array}$$

$$b = \frac{16,2}{999} = \frac{162}{9990} = \frac{18}{1110} = \frac{6}{370} = \frac{3}{185}$$

G. Lorang