

Durée : 55'

Calculatrice non autorisée

## Question 1

16 (=4+12) points

(1) Ecrire en *notation décimale* :

$$a) -3^2 \cdot 2^{-2} \cdot 10^{-4} = -\frac{9}{4} \cdot 10^{-4} = -2,25 \cdot 10^{-4} = -0,000225$$

$$b) \text{L'inverse de 5 milliardièmes} = \left(\frac{5}{10^9}\right)^{-1} = \frac{10^9}{5} = 200\,000\,000$$

(2) Calculer et écrire en *notation scientifique* :

$$a) 300 \text{ millionnièmes} = 300 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^{-4}$$

$$b) 0,000'004'56 \cdot 10^{-18} = 4,56 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-18} = 4,56 \cdot 10^{-24}$$

$$c) \frac{12}{400'000} : (2 \cdot 10^{-14})$$

$$= \frac{12 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^5} \cdot \frac{1}{2 \cdot 10^{-14}}$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 10^{-5} \cdot 10^{14}$$

$$= 1,5 \cdot 10^9$$

$$d) \frac{1}{4} \cdot 10^{-15} - 380 \cdot 10^{-18}$$

$$= 0,25 \cdot 10^{-15} - 3,8 \cdot 10^2 \cdot 10^{-18}$$

$$= 2,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-15} - 3,8 \cdot 10^{-16}$$

$$= 2,5 \cdot 10^{-16} - 3,8 \cdot 10^{-16}$$

$$= (2,5 - 3,8) \cdot 10^{-16}$$

$$= -1,3 \cdot 10^{-16}$$

## Question 2

15 (=4+6+5) points

Ecrire sous forme d'une puissance ( $a^n$  ou  $-a^n$ ) :

$$(1) \quad \frac{32^{-4} \cdot 2^{13}}{(-8)^7}$$

$$= \frac{(2^5)^{-4} \cdot 2^{13}}{(-2^3)^7} = \frac{2^{-20} \cdot 2^{13}}{-2^{21}}$$

$$= -\frac{2^{-7}}{2^{21}} = -2^{-7-21} = -2^{-28}$$

$$(2) \quad \left(\frac{63}{28}\right)^{-6} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{-10} : \left(\frac{48}{18}\right)^2$$

$$= \left(\frac{9}{4}\right)^{-6} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{-10} : \left(\frac{8}{3}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3^2}{2^2}\right)^{-6} \cdot \left(-\frac{1}{2 \cdot 3}\right)^{-10} : \left(\frac{2^3}{3}\right)^2$$

$$= \frac{3^{-12}}{2^{-12}} \cdot \frac{1}{2^{-10} \cdot 3^{-10}} : \frac{2^6}{3^2}$$

$$= 3^{-12} \cdot \underbrace{2^{12}} \cdot \underbrace{2^{10}} \cdot 3^{10} \cdot 2^{-6} \cdot 3^2 = 2^{16} \cdot 3^0 = 2^{16}$$

$$(3) \quad 125^{-5} + 20 \cdot 25^{-8}$$

$$= (5^3)^{-5} + 4 \cdot 5 \cdot (5^2)^{-8}$$

$$= 5^{-15} + 4 \cdot 5 \cdot 5^{-16}$$

$$= 5^{-15} + 4 \cdot 5^{-15}$$

$$= 5^{-15} (1 + 4) = 5 \cdot 5^{-15} = 5^{-14}$$

### Question 3

12 (=5+7) points

Calculer et mettre sous forme d'une *fraction irréductible* :

(1) 
$$\frac{3 - 4 \cdot 5^{-1}}{(-2)^{-2} - 2^2 \cdot 5^{-1}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3 - \frac{4}{5}}{\frac{1}{4} - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{15}{5} - \frac{4}{5}}{\frac{5}{20} - \frac{16}{20}} \\
 &= \frac{\frac{11}{5}}{-\frac{11}{20}} \\
 &= \frac{11}{5} \cdot \left(-\frac{20}{11}\right) = -4
 \end{aligned}$$

(2) 
$$\left(\frac{1 - 2^{-1}}{3}\right)^{-2} \cdot (4 \cdot 0,5^{-3} - 2 \cdot 7^0)^{-1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-2}}{3^{-2}} \cdot \left(4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - 2 \cdot 1\right)^{-1} \\
 &= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}{3^{-2}} \cdot (4 \cdot 2^3 - 2)^{-1} \\
 &= \frac{2^2}{3^{-2}} \cdot (4 \cdot 8 - 2)^{-1} \\
 &= 4 \cdot 9 \cdot (30)^{-1} \\
 &= \frac{36}{30} = \frac{6}{5}
 \end{aligned}$$

### Question 4

8 (=5+3) points

(1) Comparer les nombres suivants ( $<$ ,  $>$  ou  $=$ ) :

a)  $3^{-12} \dots > \dots 4^{-12}$

b)  $-3^{-12} \dots < \dots -3^{-15}$

c)  $\frac{5}{7^{-6}} \dots > \dots \frac{5}{7^{-4}}$

d)  $0,3^7 \dots < \dots 0,3^8$

e)  $\left(\frac{40}{25}\right)^{-10} \dots = \dots \frac{5^{10}}{2^{30}}$

f)  $\underbrace{(-14)}_{+}^{14} \dots > \dots \underbrace{(-14)}_{-}^{15}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{40}{25}\right)^{-10} &= \left(\frac{8}{5}\right)^{-10} \\ &= \left(\frac{2^3}{5}\right)^{-10} \\ &= \frac{2^{-30}}{5^{-10}} \\ &= \frac{5^{10}}{2^{30}} \end{aligned}$$

(2) Déterminer le signe des nombres suivants sans les calculer :

a)  $\underbrace{3^{-7}}_{+} \cdot \underbrace{(-8^{-6})}_{+} : \underbrace{(-5)^{-4}}_{+} \dots < 0$

b)  $\underbrace{(-2^{-3})}_{-} \cdot \underbrace{(-6)}_{\text{pair}} \dots > 0$

c)  $\underbrace{\left(\frac{-1}{7^{-21}}\right)}_{+} \cdot \underbrace{\left(\frac{-7}{-8}\right)^{35}}_{+} \dots < 0$

d)  $\underbrace{3^8}_{>1} \cdot \underbrace{3^{-8}}_{<1} \dots > 0$

### Question 5

9 points

Calculer et écrire sans exposant négatif :  $\frac{a^3 \cdot (2a^{-8}b)^{-7}}{8^{-4} \cdot ab^2 \cdot a^0} \cdot (-4a^{-2}b^7)^{-1}$

$$\begin{aligned} &= \frac{a^3 \cdot (2^{-7} \cdot a^{56} \cdot b^{-7})}{(2^3)^{-4} ab^2 \cdot 1} \cdot (-4^{-1} a^2 b^{-7}) \\ &= \frac{2^{-7} a^{59} \cdot b^{-7}}{2^{-12} ab^2} \cdot (-2^{-2} a^2 b^{-7}) \\ &= -2^{-7} a^{59} b^{-7} \cdot 2^{12} a^{-1} b^{-2} \cdot 2^{-2} a^2 b^{-7} \\ &= -2^3 \cdot a^{60} \cdot b^{-16} \\ &= -\frac{8a^{60}}{b^{16}} \end{aligned}$$

G. Lorang