

Prénom :

13.03.2013

Calculatrice non autorisée

18 (=3+3+6+6) points

[illegible][illegible]
$$(\forall a \in \mathbb{R}_+) (\forall b \in \mathbb{R}_+^*) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Voin cours !

(4) *Simplifier* les expressions suivantes autant que possible :

a) $\sqrt{a^{10}} \cdot \left(\sqrt{a^7}\right)^3$

$$\text{b) } a^6 \left(\sqrt{a^5} \right)^{-1} \sqrt{a^{-1}}$$

$$\begin{aligned} a) & \sqrt{a^{10}} \cdot (\sqrt{a^7})^3 \\ &= a^5 \cdot \sqrt{a^{21}} \\ &= a^5 \cdot a^{10} \cdot \sqrt{a} \\ &= a^{15} \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & a^6 \cdot \sqrt{a^{-5}} \cdot \sqrt{a^{-1}} \\ &= a^6 \cdot \sqrt{a^{-6}} \\ &= a^6 \cdot a^{-3} \\ &= a^3 \end{aligned}$$

Question 2

22 (=7+7+8) points

Simplifier, calculer et rendre rationnel le dénominateur :

$$(1) \quad \frac{2\sqrt{96}}{3} - \sqrt{294} + \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{6}}{3} - \sqrt{6 \cdot 7^2} + \frac{5\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{8\sqrt{6}}{3} - 7\sqrt{6} + \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{16\sqrt{6}}{6} - \frac{42\sqrt{6}}{6} + \frac{15\sqrt{6}}{6} = -\frac{11\sqrt{6}}{6}$$

294	2
147	3
49	7
7	7
1	

$$(2) \quad \left(\sqrt{150} + \sqrt{300}\right)\left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right) - \left(2\sqrt{3} - 5\sqrt{6}\right)^2$$

$$\begin{aligned} &= (5\sqrt{6} + 10\sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3}) - (2\sqrt{3} - 5\sqrt{6})^2 \\ &= 5 \cdot 6 - 5 \cdot \sqrt{18} + 10 \sqrt{18} - 30 - (4 \cdot 3 - 20\sqrt{18} + 150) \\ &= \cancel{30} + 5\sqrt{18} - \cancel{30} - 12 + 20\sqrt{18} - 150 \\ &= 25\sqrt{18} - 162 \\ &= 75\sqrt{2} - 162 \end{aligned}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{3}}{4-\sqrt{8}} + \frac{\sqrt{2}-3}{1+\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{3}(4+\sqrt{8})}{(4-\sqrt{8})(4+\sqrt{8})} + \frac{(\sqrt{2}-3)(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} \\
 &= \frac{4\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}{16-8} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}-3+3\sqrt{3}}{1-3} \\
 &= \frac{4\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}{8} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}-3+3\sqrt{3}}{2} \\
 &= \frac{4\sqrt{3} + 2\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 4\sqrt{6} + 12 - 12\sqrt{3}}{8} \\
 &= \frac{-8\sqrt{3} + 6\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 12}{8} = \frac{-4\sqrt{3} + 3\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 6}{4}
 \end{aligned}$$

Question 3

20 (=6+7+7) points

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} :

$$(1) \quad 3 - \frac{x-2}{9} - \frac{1}{6} \left(1 + \frac{x+4}{2} \right) = 0$$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow 3 - \frac{x-2}{9} - \frac{1}{6} - \frac{x+4}{12} = 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{108}{36} - \frac{4x-8}{36} - \frac{6}{36} - \frac{3x+12}{36} = 0 \quad | \cdot 36 \\
 &\Leftrightarrow 108 - 4x + 8 - 6 - 3x - 12 = 0 \\
 &\Leftrightarrow 98 - 7x = 0 \\
 &\Leftrightarrow 7x = 98 \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{98}{7} = 14 \quad S = \{14\}
 \end{aligned}$$

$$(2) \left(\frac{3}{4}x - 5 \right)^2 = \frac{1}{8} - \left(1 + \frac{3x}{8} \right) \left(7 - \frac{3x}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{16}x^2 - \frac{15x}{2} + 25 = \frac{1}{8} - \left(7 - \frac{3x}{2} + \frac{21x}{8} - \frac{9x^2}{16} \right)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{\frac{9x^2}{16}} - \frac{15x}{2} + 25 = \frac{1}{8} - 7 + \frac{3x}{2} - \frac{21x}{8} + \cancel{\frac{9x^2}{16}}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{15x}{2} - \frac{3x}{2} + \frac{21x}{8} = \frac{1}{8} - 7 - 25$$

$$\Leftrightarrow -9x + \frac{21x}{8} = \frac{1}{8} - 32 \quad | \cdot 8$$

$$\Leftrightarrow -72x + 21x = 1 - 256$$

$$\Leftrightarrow -51x = -255$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{255}{51} = \frac{85}{17} = 5 \quad S = \{5\}$$

$$(3) \quad c^4(3c - \sqrt{45}) = -9(\sqrt{45} - 3c)$$

$$\Leftrightarrow c^4(3c - \sqrt{45}) + 9(\sqrt{45} - 3c) = 0$$

$$\Leftrightarrow c^4(3c - \sqrt{45}) - 9(3c - \sqrt{45}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3c - \sqrt{45})(c^4 - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3c - \sqrt{45})(c^2 - 3)(c^2 + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3c = \sqrt{45} \text{ ou } c^2 = 3 \text{ ou } \boxed{c^2 = -3} \text{ imp.}$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{\sqrt{45}}{3} \text{ ou } c = \sqrt{3} \text{ ou } c = -\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{3\sqrt{5}}{3} \text{ ou } c = \sqrt{3} \text{ ou } c = -\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow c = \sqrt{5} \text{ ou } c = \pm\sqrt{3} \quad S = \{\sqrt{5}, \pm\sqrt{3}\}$$