

Durée : 60'

Calculatrice non autorisée

Question 1

10 (=3+3+1+1+2) points

- (1) Définir l'ensemble \mathbb{Q} en compréhension. Comment s'appellent ses éléments ?

Voir cours

- (2) a) Quels sont les nombres dont le développement décimal admet une *période* ?
b) Définir le mot période ! a) Ce sont les nombres rationnels. b) C'est une suite de chiffres qui se répète indéfiniment dans le développement décimal d'un nombre rationnel derrière la virgule.

- (3) Parmi les nombres suivants, un seul appartient à \mathbb{Q} : encerclez-le !

$$a = \sqrt{3} \quad b = \sqrt{2} - 1 \quad c = \sqrt{4} + 6 = 2 + 6 = 8 \quad d = \pi - 7$$

- (4) Comment s'appellent les nombres qui n'appartiennent pas à \mathbb{Q} ?

Les irrationnels.

- (5) Donner si possible un exemple :

a) d'un nombre qui appartient à \mathbb{Q} et à \mathbb{D} : $\dots \frac{1}{4} = 0,25 \dots$

b) d'un nombre qui appartient à \mathbb{Q} mais pas à \mathbb{D} : $\frac{1}{3} = 0,\overline{3}$

c) d'un nombre qui appartient à \mathbb{D} mais pas à \mathbb{Q} : ..impossible.....

Question 2

6 points

Calculer les nombres suivants et décider ensuite s'ils appartiennent à \mathbb{D} ou non :

$x =$ la différence de l'inverse de 3 et du carré de 2 ;

y = le quotient de la somme de 6 et de 7 par le produit de 8 et de 50 ;

$z =$ l'inverse de la différence du carré de 3 et de 1.

$$x = \frac{1}{3} - 2^2 = \frac{1}{3} - 4 = \frac{1}{3} - \frac{12}{3} = -\frac{11}{3} \notin \mathbb{D}$$
$$y = \frac{6+7}{8 \cdot 50} = \frac{13}{400} = \frac{13}{4 \cdot 10^2} = \frac{13 \cdot 25}{4 \cdot 25 \cdot 10^2} = \frac{325}{10^4} \in \mathbb{D}$$
$$z = \frac{1}{3^2 - 1} = \frac{1}{8} = 0,125 \in \mathbb{D}$$

Question 3

24 (=6+6+6+6) points

Mettre les nombres a , b , c , et d sous forme d'une *fraction irréductible* à termes entiers, puis **compléter** les cases vides du tableau par \in ou \notin .

	\mathbb{R}	\mathbb{I}	\mathbb{Q}	\mathbb{D}	\mathbb{Z}	\mathbb{N}
$a = \frac{54^6 \cdot 60^4}{36^5 \cdot (-45)^3}$	\in	\notin	\in	\in	\in	\notin
$b = \frac{7}{1000} - 0,15 - \frac{0,024}{10}$	\in	\notin	\in	\in	\notin	\notin
$c = \frac{48}{147} \cdot \left(-\frac{77}{24}\right) : \frac{143}{35}$	\in	\notin	\in	\notin	\notin	\notin
$d = 1, \overline{3} - \frac{0,25 - \frac{5}{6}}{1,25 + \left(-\frac{7}{3}\right)}$	\in	\notin	\in	\notin	\notin	\notin

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{54^6 \cdot 60^4}{36^5 \cdot (-45)^3} = - \frac{(2 \cdot 3^3)^6 \cdot (2^2 \cdot 3 \cdot 5)^4}{(2^2 \cdot 3^2)^5 \cdot (3^2 \cdot 5)^3} \\
 &= - \frac{2^6 \cdot 3^{18} \cdot 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^4}{2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 3^6 \cdot 5^3} \\
 &= - \frac{2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^4}{2^{10} \cdot 3^{16} \cdot 5^3} = - 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5 \in \mathbb{Z} \\
 b &= \frac{7}{1000} - 0,15 - \frac{0,024}{10} \\
 &= 0,007 - 0,15 - 0,0024 \\
 &= 0,007 - 0,1524 \\
 &= -0,1454 = -\frac{1454}{10000} = -\frac{727}{5000} \in \mathbb{D}
 \end{aligned}$$

fraction irréductible

dénominateur = puissance de 10

$$\begin{aligned}
 c &= \frac{48}{147} \cdot \left(-\frac{77}{24}\right) : \frac{143}{35} \\
 &= -\frac{48^2}{3 \cdot 49} \cdot \frac{7 \cdot 11}{24} \cdot \frac{35^5}{11 \cdot 13} \\
 &\quad \frac{7}{1} \quad 1 \\
 &= -\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 13} = -\frac{10}{39} \in \mathbb{Q} \\
 \\
 d &= 1,\overline{3} - \frac{0,25 - \frac{5}{6}}{1,25 + \left(-\frac{7}{3}\right)} \\
 &= \frac{4}{3} - \frac{\frac{1}{4} - \frac{5}{6}}{\frac{5}{4} - \frac{7}{3}} = \frac{4}{3} - \frac{\frac{3}{12} - \frac{10}{12}}{\frac{15}{12} - \frac{28}{12}} \\
 &= \frac{4}{3} - \frac{\textcircled{-\frac{7}{12}}}{\textcircled{-\frac{13}{12}}} = \frac{4}{3} - \frac{7}{12} \cdot \frac{12}{13} \\
 &= \frac{4}{3} - \frac{7}{13} = \frac{52}{39} - \frac{21}{39} = \frac{31}{39} \in \mathbb{Q}
 \end{aligned}$$

Question 4

4 points

Ecrire $s = 0,169$ sous forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{r}
 100s = 16,969696 \dots \\
 s = 0,169696 \dots \\
 \hline
 \Rightarrow 99s = 16,8 \\
 \Rightarrow s = \frac{16,8}{99} = \frac{168}{990} = \frac{56}{330} = \frac{28}{165}
 \end{array}$$

irréductible!

Question 5

8 (=5+3) points

Quel est le 2013^e chiffre derrière la virgule a) de $\frac{5}{21}$? b) de $\frac{500'000}{21'000}$? *Tous les calculs doivent être faits sur cette feuille !*

a) $5 : 21 = 0,238095$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \underline{50} \\ 42 \\ \underline{80} \\ 63 \\ \underline{170} \\ 168 \\ \underline{200} \\ 189 \\ \underline{110} \\ 105 \\ \underline{50} \\ \dots \end{array}$$

Donc la période de $\frac{5}{21}$ a 6 chiffres

$2013 = 6 \cdot 335 + 3$

Donc le 2013^e chiffre derrière la virgule est un 8.

b) $\frac{500'000}{21'000} = \frac{500}{21}$

$= \frac{5}{21} \cdot 100 = 23,809523$

Donc le 2013^e chiffre derrière la virgule est un 5.

Question 6

8 points

Mettre l'un des symboles corrects parmi $=, <, >, \subset, \cap, \cup, \in, \notin$:

a) $\mathbb{N} \dots \subset \mathbb{R}$

f) $\mathbb{Q} \dots \cap \mathbb{D} = \mathbb{D}$

b) $-\frac{5}{7} \dots > -\frac{8}{11}$

g) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{I} \dots \subset \mathbb{R}$

c) $6,84\overline{18} \dots > 6,8418\overline{3}$

h) $\mathbb{Z} \dots \cap \mathbb{I} = \emptyset$

d) $0 \dots \notin \mathbb{I}$

i) $\left\{ \frac{1}{50}, \frac{2}{50}, \frac{3}{50}, \dots, \frac{50}{50} \right\} \dots \subset \mathbb{D}$

e) $5,9 \dots \in \mathbb{Z}$
 $= 6$

j) $0,1202 \dots = 0,120$
 $0,120202 \dots \quad 0,1202020 \dots$

$\frac{5}{7} = \frac{55}{77}$

$\frac{8}{11} = \frac{56}{77}$

Donc: $\frac{5}{7} < \frac{8}{11}$
 $\Rightarrow -\frac{5}{7} > -\frac{8}{11}$

G. Lorang