

Durée : 55'

Calculatrice non autorisée

Question 1

15 (=4+11) points

(1) Ecrire en *notation décimale* :

$$a) 0,3^2 \cdot 5^{-1} \cdot 10^{-3} = 0,09 : 0,2 \cdot 10^{-3} = 0,018 \cdot 10^{-3} = 0,000018$$

$$b) \text{L'inverse de 25 millions} = \frac{1}{25 \cdot 10^6} = 0,04 \cdot 10^{-6} = 0,00000004$$

(2) Calculer et écrire en *notation scientifique* :

$$a) 0,00005086 \cdot 10^{-18} = 5,086 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-18} = 5,086 \cdot 10^{-23}$$

$$b) 1'500'000^2 = (1,5 \cdot 10^6)^2 = 2,25 \cdot 10^{12}$$

$$c) 3'600'000 : (15 \cdot 10^{-10})$$

$$= \frac{36 \cdot 10^5}{15 \cdot 10^{-10}} = 2,4 \cdot 10^{15}$$

$$d) 4,83 \cdot 10^{-25} - 0,0607 \cdot 10^{-22}$$

$$\begin{aligned} &= 4,83 \cdot 10^{-25} - 6,07 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-22} \\ &= 4,83 \cdot 10^{-25} - 6,07 \cdot 10^{-24} \\ &= 10^{-24} (4,83 \cdot 10^{-1} - 6,07) \\ &= 10^{-24} (0,483 - 6,07) = -5,587 \cdot 10^{-24} \end{aligned}$$

Question 2

15 (=4+6+5) points

Ecrire sous forme d'une puissance (a^n ou $-a^n$, avec $n \in \mathbb{Z}$) :

(1) $\frac{81^{-4} \cdot 9^{13}}{(-27)^5}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(3^4)^{-4} \cdot (3^2)^{13}}{(-3^3)^5} &= -3^{-16} \cdot 3^{-15} \cdot 3^{26} \\
 &= \frac{3^{-16} \cdot 3^{26}}{-3^{15}} &= -3^{-5}
 \end{aligned}$$

(2) $\left(-\frac{36}{300}\right)^{-3} : \frac{3^3}{125^{-6}} \cdot \left(-\frac{70}{42}\right)^{-6}$

$$\begin{aligned}
 &= -\left(\frac{12}{100}\right)^{-3} \cdot \frac{125^{-6}}{3^3} \cdot \left(\frac{10}{6}\right)^{-6} \\
 &= -\left(\frac{3}{25}\right)^{-3} \cdot \frac{(5^3)^{-6}}{3^3} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-6} \\
 &= -\frac{3^{-3}}{(5^2)^{-3}} \cdot \frac{5^{-18}}{3^3} \cdot \frac{5^{-6}}{3^{-6}} \\
 &= -\cancel{3^{-3}} \cdot 5^6 \cdot 5^{-18} \cdot \cancel{3^{-3}} \cdot 5^{-6} \cdot \cancel{3^6} = -5^{-18}
 \end{aligned}$$

(3) $\frac{50^{-8}}{(5^{-1})^{-1} 80^3}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(2 \cdot 5^2)^{-8}}{5 \cdot (2^4 \cdot 5)^3} \\
 &= \frac{2^{-8} \cdot 5^{-16}}{5 \cdot 2^{12} \cdot 5^3} = \frac{1}{2^8 \cdot 2^{12} \cdot 5^4 \cdot 5^{16}} = \frac{1}{2^{20} \cdot 5^{20}} \\
 &= \frac{1}{10^{20}} = 10^{-20}
 \end{aligned}$$

Question 3

13 (=4+4+5) points

Calculer, simplifier autant que possible et donner le résultat et écrire sans exposant négatif :

(1) $(2x^{-3})^{-8} : (4x)^{-5}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2^{-8} \cdot x^{24}}{4^{-5} x^{-5}} &= \frac{2^{-8}}{2^{-10}} \cdot x^{24+5} \\
 &= \frac{2^{-8} \cdot x^{24}}{(2^2)^5 \cdot x^{-5}} &= 2^2 \cdot x^{29} \\
 & &= 4x^{29}
 \end{aligned}$$

(2) $\left(\frac{1}{3}ab^{-3}\right)^{-3} \cdot \frac{a^4b^{-17}}{-9^2}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{3^{-3}} a^{-3} b^9 \cdot \frac{a^4 b^{-17}}{-3^4} \\
 &= - \frac{a}{3 b^8}
 \end{aligned}$$

(3) $\frac{6^{-5}r^{-4}}{k^{-3}r^7} \cdot \frac{k}{(-2k)^{-6} \cdot (3r^2)^{-4}}$

$$\begin{aligned}
 &= 6^{-5} r^{-4} k^3 r^{-7} \cdot k \cdot (-2k)^6 \cdot (3r^2)^4 \\
 &= 2^{-5} \cdot 3^{-5} \cdot \underbrace{r^{-11}} \cdot \underline{k^4} \cdot 2^6 \underline{k^6} \cdot 3^4 \cdot \underbrace{r^8} \\
 &= 2 \cdot 3^{-1} \cdot r^{-3} \cdot k^{10} \\
 &= \frac{2k^{10}}{3r^3}
 \end{aligned}$$

Question 4

7 points

Calculer et mettre sous forme d'une *fraction irréductible* : $\frac{2^{-2} + 3 \cdot (-5)^{-1}}{5 - 2 \cdot (3 - 2^{-1})^{-1}}$

$= \frac{\frac{1}{4} + \frac{3}{5}}{5 - 2 \cdot (3 - \frac{1}{2})^{-1}}$	$= \frac{-\frac{7}{20}}{\frac{25}{5} - \frac{4}{5}}$
$= \frac{\frac{5}{20} - \frac{12}{20}}{5 - 2 \cdot (\frac{5}{2})^{-1}}$	$= \frac{-\frac{7}{20}}{\frac{21}{5}}$
$= \frac{-\frac{7}{20}}{5 - 2 \cdot \frac{2}{5}}$	$= -\frac{\frac{1}{20} \cdot \frac{5}{21}}{\frac{4}{5}}$
$= \frac{-\frac{7}{20}}{5 - \frac{4}{5}}$	$= -\frac{1}{12}$

Question 5

10 (=6+4) points

(1) Comparer les nombres suivants (<, > ou =) :

a) $5^{-15} \dots \text{<} \dots 4^{-15}$

d) $-1,5^{-7} \dots \text{<} \dots -1,5^{-8}$

b) $(-7)^{12} \dots \text{>} \dots (-7)^{13}$

e) $125^{-3} \dots \text{>} \dots 5^{-10}$

c) $-\frac{1}{12^6} \dots \text{=} \dots -\frac{3^{-6}}{4^6}$

f) $\frac{60^{-3}}{6^{-3}} \dots \text{>} \dots -10^3$

(2) Déterminer le signe des nombres suivants sans les calculer :

a) $\underbrace{13^{-7}}_{+} \cdot \underbrace{(-21^{-8})}_{-} : \underbrace{(-3)^{-14}}_{+} \dots \text{---}$

b) $\underbrace{(-5^{-8})}_{-} \underbrace{(-6)^{-1}}_{-} \dots \text{+}$

c) $\frac{15}{4^{-21}} : \underbrace{(-2^{-1})^8}_{+} \dots \text{+}$

d) $35^{-9} - 33^{-9} \dots \text{---}$