Nom : ..... Prénom : .....

5M5 Corrigé du devoir II,2 19.03.2014

Question 1

(1) $\sqrt{360} - \sqrt{160} + \sqrt{64+36}$

$= \sqrt{36 \cdot 10} - \sqrt{16 \cdot 10} + \sqrt{100}$

$= 6\sqrt{10} - 4\sqrt{10} + 10$

$= 2\sqrt{10} + 10$

(2) $\left(6\sqrt{3} - 2\sqrt{8}\right)^2 + 24\sqrt{24}$

$= 36 \cdot 3 - 24\sqrt{24} + 4 \cdot 8 + 24\sqrt{24}$

$= 108 + 32 = 140$

(3) $\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

$= \dfrac{2\sqrt{7} \cdot \left(\sqrt{7} - \sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)}$

$= \dfrac{2 \cdot 7 - 2\sqrt{35}}{7-5}$

$= \dfrac{2\left(7 - \sqrt{35}\right)}{2}$

$= 7 - \sqrt{35}$

(4) $\sqrt{325} + \sqrt{52} - 3\sqrt{13} + \dfrac{13}{\sqrt{13}}$

$= 5\sqrt{13} + 2\sqrt{13} - 3\sqrt{13} + \sqrt{13}$

$= 5\sqrt{13}$

(5) $\sqrt{16^3} - \left(2\sqrt{11} + \sqrt{8}\right)\left(\sqrt{8} - 2\sqrt{11}\right)$

$16\sqrt{16} - \left(8 - 4 \cdot 11\right)$

$= 16 \cdot 4 - 8 + 44$

$= = 64 - 8 + 44$

$= 56 + 44$

$= 100$

(6) $\dfrac{1}{3+\sqrt{5}} - \dfrac{1}{2-\sqrt{5}} - \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

$= \dfrac{3-\sqrt{5}}{\Big(3+\sqrt{5}\Big)\Big(3-\sqrt{5}\Big)} - \dfrac{2+\sqrt{5}}{\Big(2-\sqrt{5}\Big)\Big(2+\sqrt{5}\Big)} - \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$= \dfrac{3-\sqrt{5}}{9-5} - \dfrac{2+\sqrt{5}}{4-5} - \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$= \dfrac{3-\sqrt{5}}{4} + \dfrac{2+\sqrt{5}}{1} - \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$= \dfrac{15-5\sqrt{5}+40+20\sqrt{5}-8\sqrt{5}}{20}$

$= \dfrac{55+7\sqrt{5}}{20}$

Question 2

Résoudre les équations suivantes en indiquant l'ensemble de solutions :

(1) $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{25}{4} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{9} = \dfrac{25}{4} \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{9 \cdot 25}{4} \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{15}{2}$

$S = \left\{\pm\dfrac{15}{2}\right\}$

(2) $3x^2 + 48 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -16$, impossible car un carré est toujours ≥ 0

$S = \varnothing$

(3) $\Big(x-3\Big)^2 - 70 = 11$

$\Leftrightarrow \Big(x-3\Big)^2 = 81$

$\Leftrightarrow x - 3 = 9$ ou $x - 3 = -9$

$\Leftrightarrow x = 12$ ou $x = -6$

$S = \Big\{12, -6\Big\}$

(4) $\Big(2x-6\Big)^2 - 9\Big(x+4\Big)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \Big[\Big(2x-6\Big) - 3\Big(x+4\Big)\Big]\Big[\Big(2x-6\Big) + 3\Big(x+4\Big)\Big] = 0$

$\Leftrightarrow \Big(-x-18\Big)\Big(5x+6\Big) = 0$

$\Leftrightarrow x = -18$ ou $x = -\dfrac{6}{5}$

$S = \left\{-18, -\dfrac{6}{5}\right\}$

(5) $\left(\frac{3}{4}x-5\right)^2=\frac{1}{8}-\left(1+\frac{3x}{8}\right)\left(7-\frac{3x}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{9}{16}x^2-\frac{30x}{4}+25=\frac{1}{8}-\left(7-\frac{3x}{2}+\frac{21x}{8}-\frac{9x^2}{16}\right)$

$\Leftrightarrow \cancel{\frac{9}{16}x^2}-\frac{15x}{2}+25=\frac{1}{8}-7+\frac{3x}{2}-\frac{21x}{8}+\cancel{\frac{9x^2}{16}}$

$\Leftrightarrow -\frac{15x}{2}-\frac{3x}{2}+\frac{21x}{8}=\frac{1}{8}-7-25$

$\Leftrightarrow -9x+\frac{21x}{8}=\frac{1}{8}-32$

$\Leftrightarrow \frac{-72x+21x}{8}=\frac{1-256}{8}\ /\cdot 8$

$\Leftrightarrow -51x=-255/:-51$

$\Leftrightarrow x=5$

$S=\{5\}$

(6) $\frac{2(2x-1)}{3}+\frac{3(x-1)}{2}-\frac{9(x-4)}{5}=\frac{4(3-2x)}{5}$

$\Leftrightarrow \frac{20(2x-1)}{30}+\frac{45(x-1)}{30}-\frac{54(x-4)}{30}=\frac{24(3-2x)}{30}\ /\cdot 30$

$\Leftrightarrow 40x-20+45x-45-54x+216=72-48x$

$\Leftrightarrow 31x-65+216=72-48x$

$\Leftrightarrow 31x+48x=72+65-216$

$\Leftrightarrow 79x=-79$

$\Leftrightarrow x=-1$

$S=\{-1\}$

Question 3

(1) $A=\left(2+\frac{1}{x}\right)\left(3-\frac{1}{2x+1}\right)=\frac{\cancel{2x+1}}{x}\cdot\frac{3(2x+1)-1}{\cancel{2x+1}}=\frac{6x+2}{x}=\frac{2(3x+1)}{x}$

(2) Si $x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ alors :

$A=\frac{2\left(-\frac{3}{\sqrt{3}}+1\right)}{-\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{2\left(-\sqrt{3}+1\right)}{-\frac{1}{\sqrt{3}}}=-2\sqrt{3}\left(-\sqrt{3}+1\right)=6-2\sqrt{3}$