

Durée : 55'

Calculatrice non autorisée

Question 1

18 (=4+3+2+5+4) points

- (1) Définir : a) nombre premier, b) nombre composé.

a) Un nombre premier est un entier naturel p qui a exactement 2 diviseurs : 1 et p .

b) Un nombre composé est un entier ≥ 2 qui n'est pas premier.

- (2) Ecrire en compréhension :

$$a) 15\mathbb{N} = \{15m \mid m \in \mathbb{N}\} \quad b) \text{Div } a = \{m \in \mathbb{N} \mid m \mid a\}$$

- (3) Soit
- n
- un entier naturel. Compléter les caractères de divisibilité suivants :

$$a) 12 \mid n \text{ ssi } 3 \mid n \text{ et } 4 \mid n$$

$$b) 18 \mid n \text{ ssi } 2 \mid n \text{ et } 9 \mid n$$

- (4) Compléter par
- \in
- ,
- \notin
- ,
- \subset
- ou
- $\not\subset$
- :

$$a) 8 \dots \notin \dots 248\mathbb{N}$$

$$e) \text{Div } 81 \dots \not\subset \text{Div } 3$$

$$i) 0 \dots \in \dots 13\mathbb{N}$$

$$b) 7'575 \dots \notin \dots 250\mathbb{N}$$

$$f) 81\mathbb{N} \dots \subset \dots 3\mathbb{N}$$

$$j) \text{Div } 32 \dots \not\subset \dots 2\mathbb{N}$$

$$c) \text{Div } 36 \dots \subset \dots \text{Div } 72$$

$$g) 0 \dots \notin \dots \text{Div } 1$$

$$d) 90\mathbb{N} \dots \not\subset \dots 360\mathbb{N}$$

$$h) 1 \dots \in \dots \text{Div } 0$$

- (5) Ecrire en extension :
- $\text{Div } 144 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144\}$

Schéma :										Div 144									
										1	144								
										2	72								
										3	48								
										4	36								
										6	24								
										8	18								
										9	16								
										12	12								

Question 2

10 points

Dans le tableau suivant marquez par une croix les cases telles que le nombre dans la première colonne est divisible par le nombre dans la première ligne. Aucune justification n'est demandée.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	15	25
76'076	X		X			X				X		
51'000	X	X	X	X	X		X		X		X	X
15'939		X				X		X		X		

Question 3

6 points

Ecrire en extension les ensembles suivants :

$$A = \{x \in \text{Div } 1500 / x \geq 100\} = \{1500, 750, 500, 375, 300, 250, 150, 125\}$$

$$B = 32\mathbb{N} \cap 56\mathbb{N} = \{0, 224, 448, 672, 896, \dots\} = 224\mathbb{N}$$

$$\text{ppcm}(32, 56) = 8 \cdot \text{ppcm}(4, 7) = 8 \cdot 28 = 224$$

Question 4

18 (=1+2+3+3+4+5) points

Ecrire les nombres suivants en notation scientifique :

$$(1) \quad 34 \text{ milliards} = 34 \cdot 10^9 = 3,4 \cdot 10^{10}$$

$$(2) \quad 0,00059 \cdot 10^{43} = \frac{59}{10^5} \cdot 10^{43} = 59 \cdot 10^{38} = 5,9 \cdot 10^{39}$$

$$(3) \quad 80'000^2$$

$$= (8 \cdot 10^4)^2 = 8^2 \cdot 10^8$$

$$= 64 \cdot 10^8 = 6,4 \cdot 10^9$$

(4) $130'000'000 \cdot 0,0006$

$$\begin{aligned}
 &= 13 \cdot 10^7 \cdot \frac{6}{10^4} \\
 &= 78 \cdot \frac{10^7}{10^4} \\
 &= 78 \cdot 10^3 = 7,8 \cdot 10^4
 \end{aligned}$$

(5) $0,008 \cdot 10^{12} \cdot 12,5 \cdot 10^{15} : 5$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{8}{10^3} \cdot 10^{12} \cdot \frac{125}{10} \cdot 10^{15} \cdot \frac{1}{5} \\
 &= \frac{1000 \cdot 10^{27}}{5 \cdot 10^4} \\
 &= 200 \cdot 10^{23} \\
 &= 2 \cdot 10^{25}
 \end{aligned}$$

(6) $\frac{30^{17}}{9^8 \cdot 2^4 \cdot 5^5}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3^{17} \cdot 10^{17}}{(3^2)^8 \cdot 2^4 \cdot 5^5} \\
 &= \frac{3^{17} \cdot 10^{17}}{3^{16} \cdot (2^4 \cdot 5^4) \cdot 5} \quad \text{puissance de 10} \\
 &= \frac{3 \cdot 10^{17}}{5 \cdot 10^4} = 0,6 \cdot 10^{13} = 6 \cdot 10^{12}
 \end{aligned}$$

Question 5

8 (=4+4) points

Ecrire aussi simplement que possible :

(1) $(-3x^2y^4)^6 : (9x^4y^9)^3$

(2) $(a^3b + a^3b + a^3b + a^3b)^4 : (2b^2 + 3b^2 + 5b^2)^3$

(1) $(-3x^2y^4)^6 : (9x^4y^9)^3$

$= \frac{(-3)^6 \cdot \cancel{x^{12}} \cdot \cancel{y^{24}}}{9^3 \cdot \cancel{x^{12}} \cdot \cancel{y^{27} \cdot 3}}$

$= \frac{\cancel{3^6}}{(\cancel{3^2})^3 \cdot y^3} = \frac{1}{y^3}$

$(ab)^4 = a^4 \cdot b^4$

$(a:b)^4 = a^4 : b^4$

mais

$(a+b)^4 \neq a^4 + b^4$

$(a-b)^4 \neq a^4 - b^4$

(2) $\frac{(a^3b + a^3b + a^3b + a^3b)^4}{(2b^2 + 3b^2 + 5b^2)^3}$

$= \frac{(4a^3b)^4}{(10b^2)^3}$

$= \frac{4^4 \cdot a^{12} b^4}{10^3 b^6}$

$= \frac{\cancel{2^8} \cdot a^{12} \cdot \cancel{b^4}}{\cancel{2^3} 5^3 \cdot b^2}$

$= \frac{2^5 \cdot a^{12}}{5^3 b^2}$

$= \frac{32 a^{12}}{125 b^2}$