

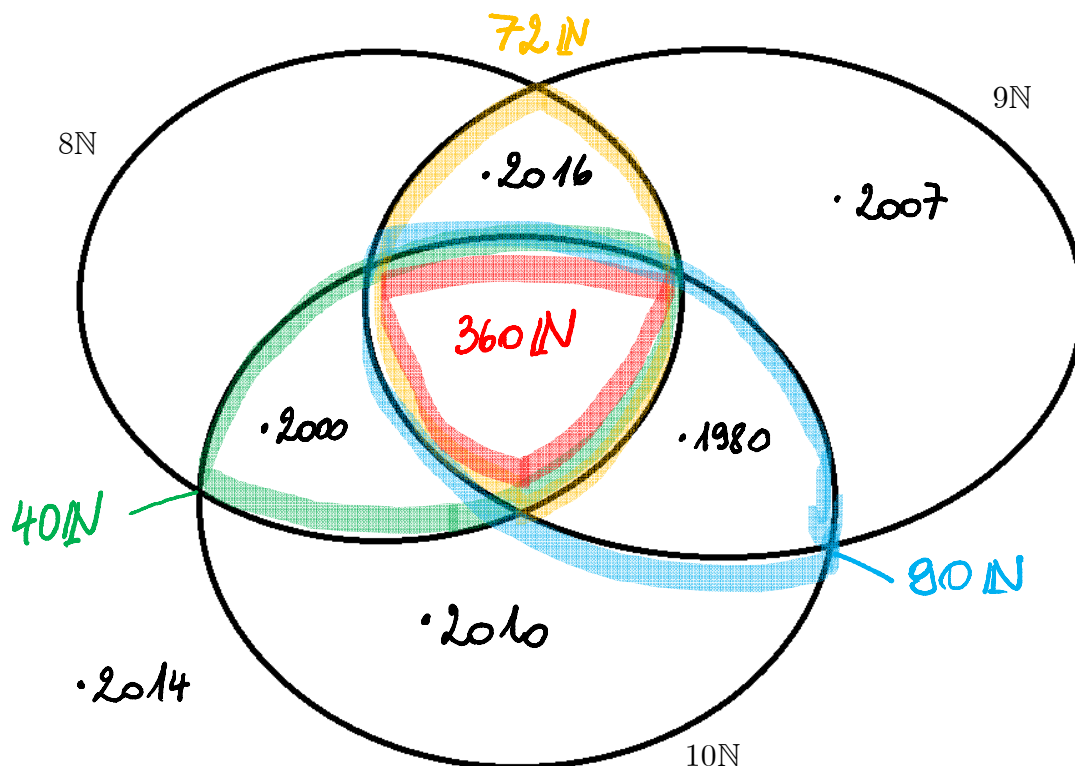
Durée : 60'

Calculatrice non autorisée

Question 1

12 (=6+6) points

- (1) **Compléter** le diagramme de Venn ci-dessous des ensembles $8\mathbb{N}$, $9\mathbb{N}$ et $10\mathbb{N}$ par toutes les intersections possibles entre ces ensembles et **justifier** vos réponses.



Justifications :

$$\begin{aligned} \text{ppcm}(8, 9) &= 72 \Rightarrow 8 \text{ IN} \cap 9 \text{ IN} = 72 \text{ IN} \\ \text{ppcm}(8, 10) &= 40 \Rightarrow 8 \text{ IN} \cap 10 \text{ IN} = 40 \text{ IN} \\ \text{ppcm}(9, 10) &= 90 \Rightarrow 9 \text{ IN} \cap 10 \text{ IN} = 90 \text{ IN} \\ \text{ppcm}(8, 9, 10) &= \text{ppcm}(9, 40) = 360 \\ &\Rightarrow 8 \text{ IN} \cap 9 \text{ IN} \cap 10 \text{ IN} = 360 \text{ IN} \end{aligned}$$

- (2) Mettre sur le diagramme de Venn les entiers suivants : 1980, 2000, 2007, 2010, 2014, 2016.

Question 2

20 (=9+7+4) points

(1) Est-ce que 101, 143 et 1'001 sont des nombres premiers ?

a) $2 \nmid 101$	b) $143 = 11 \cdot 13$
$3 \nmid 101$	Donc 143 n'est pas
$5 \nmid 101$	premier !
$101 = 7 \cdot 14 + 3 \Rightarrow 7 \nmid 101$	
$101 = 11 \cdot 9 + 2 \Rightarrow 11 \nmid 101$	c) $2 \nmid 1001$
quotient < diviseur	$3 \nmid 1001$
Donc 101 est premier.	$5 \nmid 1001$, mais
	$1001 = 7 \cdot 143$
	Donc 1001 n'est pas
	premier

(2) Quelles sont les factorisations premières de 1'001, 11'000 et de 1'010 ?

a) $1001 = 7 \cdot 143 = 7 \cdot 11 \cdot 13$
b) $11'000 = 11 \cdot 10^3 = 11 \cdot (2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 11$
c) $1'010 = 101 \cdot 10 = 101 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 101$

(3) Déterminer la factorisation première de $1001^2 \cdot 1010^3 \cdot 11'000^4$.

$1001^2 \cdot 1010^3 \cdot 11'000^4$
$= (7 \cdot 11 \cdot 13)^2 \cdot (2 \cdot 5 \cdot 101)^3 \cdot (2^3 \cdot 5^3 \cdot 11)^4$
$= 7^2 \cdot 11^2 \cdot 13^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3 \cdot 101^3 \cdot 2^{12} \cdot 5^{12} \cdot 11^4$
$= 2^{15} \cdot 5^{15} \cdot 7^2 \cdot 11^6 \cdot 13^2 \cdot 101^3$

Question 3

16 (=7+1+2+1+5) points

- (1) Déterminer la factorisation première de 30'576. (*Aide* : le plus grand *diviseur premier* de 30'576 est 13.)

30'576	2																		
15'288	2																		
7'644	2																		
3'822	2																		
1'911	3																		
637	7																		
91	7																		
13	13																		
1																			

Donc :

$$30'576 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 13$$

- (2) Ecrire en extension : $A = \{x / x \text{ est un nombre premier et } x \mid 30'576\}$

$$A = \{2, 3, 7, 13\}$$

- (3) Quel est le nombre de diviseurs de 30'576 ? ... 30'576 a ...

$$5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 10 \cdot 6 = 60 \text{ diviseurs.}$$

- (4) Quel est le plus grand diviseur de 30'576 différent de 30'576 ? ... 15'288 ...

- (5) Les nombres suivants sont-ils des diviseurs de 30'576 ? Compléter le tableau par les symboles $|$ ou \backslash . (On ne demande pas de justification.)

	32	33	36	42	48	49	52	63	78
30'576	\times	\times	\times	$ $	$ $	$ $	$ $	\times	$ $

12 (=8+2+2) points

[illegible]
$$\text{pgcd}(1960, 1372) = 2^2 \cdot 7^2 = 14^2 = 196$$
$$\Rightarrow \text{Div}(1960) \cap \text{Div}(1372) = \text{Div } 196$$
$$\begin{aligned} \text{ppcm}(1960, 1372) &= 2^3 \cdot 7^3 \cdot 5 \\ &= 10 \cdot (2^2 \cdot 7^3) \\ &= 10 \cdot 1372 = 13720 \\ \Rightarrow 1960 \text{ N} \cap 1372 \text{ N} &= 13720 \text{ N} \end{aligned}$$