Nom : .... Prénom : ....

6CM1 Corrigé du devoir II,1 31.01.2017

Durée : 55' ***Calculatrice non autorisée***

Question 1 8 (=4+4) points

(1) ***Définir*** : a) *nombre premier* b) *nombres premiers entre eux*

Voir cours

(2) ***Compléter*** par $\in$, $\notin$, $\subset$, ou $\not\subset$:

a) Div 16 $\subset$ Div 48

b) $14\mathbb{N} \not\subset 42\mathbb{N}$

c) $96 \in 8\mathbb{N}$

d) $0 \notin$ Div 13

e) $7 \in 154\mathbb{N}$

f) Div $27 \not\subset 3\mathbb{N}$

Question 2 6 (=1+4+1) points

(1) Quel est le plus grand diviseur de 2015, différent de 2015 ? Réponse : 403 $\left(\frac{2015}{5}\right)$

(2) Est-ce que 403 est un nombre premier ? ***Justifier*** la réponse en détail !

$2 \nmid 403$

$3 \nmid 403$

$5 \nmid 403$

$403 = 7 \cdot 57 + 4$, donc $7 \nmid 403$

$403 = 11 \cdot 36 + 7$, donc $11 \nmid 403$

$403 = 13 \cdot 31$, donc 403 n'est pas premier

(3) Donner la factorisation premiere de 2015 :

$2015 = 5 \cdot 403 = 5 \cdot 13 \cdot 31$

Question 3 — 12 points

Déterminer tous les chiffres a et b tels que 46a1b2 soit divisible par 11 et par 9. Ecrire ensuite toutes les solutions.

Somme des chiffres :

$S = 4+6+a+1+b+2$

$= 13+a+b$

Somme alternée des chiffres :

$SA = 4-6+a-1+b-2$

$= a+b-5$

$11 \mid SA \iff SA=0$ ou $SA = 11$

(Les autres multiples de 11 ne marchent pas.)

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	5	4	3	2	1	0	/	9	8	7
SA	0	0	0	0	0	0	/	11	11	11
S	18	18	18	18	18	18	/	~~29~~	~~29~~	~~29~~

Solutions : 460'152, 461'142, 462'132, 463'122, 464'112, 465'102

Question 4 — 14 (=5+2+7) points

(1) Déterminer la factorisation première de 2016.

$2016 = 8 \cdot 252 = 8 \cdot 4 \cdot 63$

$= 2^3 \cdot 2^2 \cdot 7 \cdot 3^2$

$= 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$

(2) Quel est le nombre de diviseurs de 2016 ? Réponse : $6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$

(3) Compléter le tableau suivant sur cette feuille par $\mid$ ou $\nmid$ suivant que n est un diviseur de 2016 ou non :

n	12	42	98	63	27	37	224
2016	$\mid$	$\mid$	$\nmid$	$\mid$	$\nmid$	$\nmid$	$\mid$

Ecrire ici les factorisations premières de tous les nombres n de la première ligne du tableau :

$12 = 2^2 \cdot 3$

$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

$98 = 2 \cdot 7^2$

$63 = 3^2 \cdot 7$

$27 = 3^3$

$37 = 37$

$$\begin{aligned} 224 &= 4 \cdot 56 \\ &= 4 \cdot 8 \cdot 7 \\ &= 2^2 \cdot 2^3 \cdot 7 \\ &= 2^5 \cdot 7 \end{aligned}$$

Question 5 — 20 (=8+5+7) points

(1) Compléter le tableau ci-dessous par les pgcd des entiers a et b. On ne demande pas de justifications !

b \ a	27	28	29	30	32
80	1	4	1	10	16
81	27	1	1	3	1
84	3	28	1	6	4
87	3	1	29	3	1

(2) Quel est le meilleur dénominateur commun lorsqu'on veut calculer :

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}$$

Justifier par le bon calcul !Attention : on ne demande pas de calculer cette somme !

$\text{ppcm}(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$
$= \text{ppcm}(10, 18, 4, 7, 8)$
$= \text{ppcm}(10, 18, 8, 7)$
$= \text{ppcm}(10, 18, 56)$
$= 2\ \text{ppcm}(5, 9, 28)$
$= 2\ \text{ppcm}(45, 28)$
$= 2 \cdot 45 \cdot 28$
$= 90 \cdot 28$
$= 2520$

(3) Déterminer les factorisations premières de 936 et de 255, puis de ppcm(936, 255) .

$936 = 9 \cdot 104$
$= 3^2 \cdot 4 \cdot 26$
$= 3^2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 13$
$= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 13$

$255 = 5 \cdot 51$
$= 5 \cdot 3 \cdot 17$

$\text{ppcm}(936, 255) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17$