

*Durée : 55'**Calculatrice non autorisée*

## Question 1

14 points

Trois chauffeurs Alain, Bernard et Cédric commencent leur travail à 5h chaque matin. Alain fait un circuit en exactement 18 minutes, puis revient au dépôt. Celui de Bernard dure 36 minutes et celui de Cédric dure 48 minutes. Leur est-il possible de déjeuner ensemble entre 12h et 14h ? Si oui, à quelle heure exactement peut commencer leur déjeuner ?

Soit  $t$  le temps en minutes après lequel les chauffeurs se rencontrent au dépôt.  
 $t$  est un multiple commun de 18, 36 et de 48, donc un multiple de leur ppcm.

$$18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3^2$$

$$36 = 4 \cdot 9 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 = 2^4 \cdot 3$$

$$\text{ppcm}(18, 36, 48) = 2^4 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144$$

Donc  $t$  est un multiple de 144.

$$\text{Or : } 144 \text{ min} = 2 \text{ h } 24 \text{ min}$$

Donc :

1<sup>re</sup> rencontre à 7 h 24

2<sup>e</sup> rencontre à 9 h 48

3<sup>e</sup> rencontre à 12 h 12

4<sup>e</sup> rencontre à 14 h 36

Le déjeuner peut donc commencer à 12 h 12

## Question 2

13 points

Le long d'une route, des arbres étaient plantés régulièrement (d'un côté seulement). La distance qui séparait deux arbres était toujours la même et correspondait à un nombre entier de mètres. Certains des arbres ont été arrachés et il n'en reste plus que 4, désignés par A, B, C et D sur le schéma ci-dessous.

Retrouver le nombre d'arbres arrachés, sachant que la distance entre deux arbres était compris entre 15 et 20 m.

Soit  $d$  la distance entre 2 arbres.  $d$  est un diviseur commun de 360, de 432 et de 504, donc c'est un diviseur de leur pgcd.

$$360 = 36 \cdot 10 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$432 = 4 \cdot 108 = 4 \cdot 4 \cdot 27 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^3 = 2^4 \cdot 3^3$$

$$504 = 9 \cdot 56 = 9 \cdot 7 \cdot 8 = 3^2 \cdot 7 \cdot 2^3 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$\text{pgcd}(360, 432, 504) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

div 72	1	2	3	4	6	8
	72	36	24	18	12	9

Comme  $15 \leq d \leq 20$ , on a  $d = 18$  m.

$$\frac{360}{18} + \frac{432}{18} + \frac{504}{18} = 20 + 24 + 28 = 72$$

Avant l'arrachage il y avait 72 intervalles entre les arbres, donc 73 arbres.  
Le nombre d'arbres arrachés est de  
 $73 - 4 = \underline{\underline{69}}$

### Question 3

13 (=1+3+3+3+3) points

- (1) **Compléter** :  $a - b$  et  $b - a$  sont des nombres ... *opposés* .....
- (2) Énoncer l'**associativité** de la **multiplication** :

Voir cours

- (3) Est-ce que la **division** est **commutative** ?

Voir cours

- (4) Quelles **propriétés** permettent d'écrire les égalités suivantes :

a)  $3 \cdot (x + 8) = 3x + 24$

b)  $x^2 \cdot (xy) = x^3y$

c)  $5 - a = -a + 5$

a) Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

b) Associativité de la multiplication

c) Commutativité de l'addition

- (5) Calculer à l'aide d'une identité remarquable :  $19,7^2$

$$\begin{aligned}
 19,7^2 &= (20 - 0,3)^2 \\
 &= 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 0,3 + 0,3^2 \\
 &= 400 - 12 + 0,09 \\
 &= 388,09
 \end{aligned}$$

## Question 4

13 (=7+6) points

**Souligner les termes** de l'expression donnée, puis **effectuer** et **réduire** cette expression en utilisant si possible les identités remarquables.

$$(1) \quad \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left(\frac{b}{3} - 2a\right) - \left(\frac{a}{2} + b\right)^2$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{b}{3} + 2a\right)\left(\frac{b}{3} - 2a\right) - \left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot b + b^2\right] \\
 &= \frac{b^2}{9} - 4a^2 - \frac{a^2}{4} - ab - b^2 \\
 &= -\frac{16a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{9} - \frac{9b^2}{9} - ab \\
 &= -\frac{17a^2}{4} - \frac{8b^2}{9} - ab
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad 5(2x - 3)(-x + 4) + \left(\frac{x}{2} - 7\right)(x - 4)$$

$$\begin{aligned}
 &= 5(-2x^2 + 8x + 3x - 12) + \left(\frac{x^2}{2} - 2x - 7x + 28\right) \\
 &= 5(-2x^2 + 11x - 12) + \left(\frac{x^2}{2} - 9x + 28\right) \\
 &= -10x^2 + 55x - 60 + \frac{x^2}{2} - 9x + 28 \\
 &= -\frac{20}{2}x^2 + \frac{x^2}{2} + 55x - 9x - 60 + 28 \\
 &= -\frac{19x^2}{2} + 46x - 32
 \end{aligned}$$

Question 5 7 (=2+5) points

Question 5 7 (=2+5) points

Factoriser les expressions suivantes en mettant en évidence tous les facteurs communs :

$$(1) \quad 81x^4y^5 - 54x^3y^6 - 27x^3y^5$$

$$= 27x^3y^5(3x - 2y - 1)$$

$$(2) \quad (a-2b)(x+3)-7a(x+3)-(x+3)(b-3a)$$

$$= (x+3) [(a-2b) - 7a - (b-3a)]$$

$$= (x+3)(a-2b-7a-b+3a)$$

$$= (x+3)(-3a-3b)$$

$$= -3(x+3)(a+b)$$

Place pour les calculs :