

Durée : 55'

Calculatrice autorisée

Question 1

9 (=4+5) points

(1) Définir : **pyramide** :

Voir	cours.																		

(2) Compléter la définition suivante du **prisme droit** et ses propriétés :

- Un prisme droit est un solide..... dont deux faces polygonaux... sont superposables. Elles sont appelées bases..... du prisme. Les autres faces sont des rectangles.....
- Les arêtes latérales ont la même longueur....., appelée encore hauteur..... du prisme.
- Les arêtes latérales sont parallèles..... entre elles et perpendiculaires..... aux bases.

Question 2

7 (=1+2+3+1) points

Voici le patron d'un solide, représenté sur un quadrillage dont les carrés ont pour côtés **1 cm** !

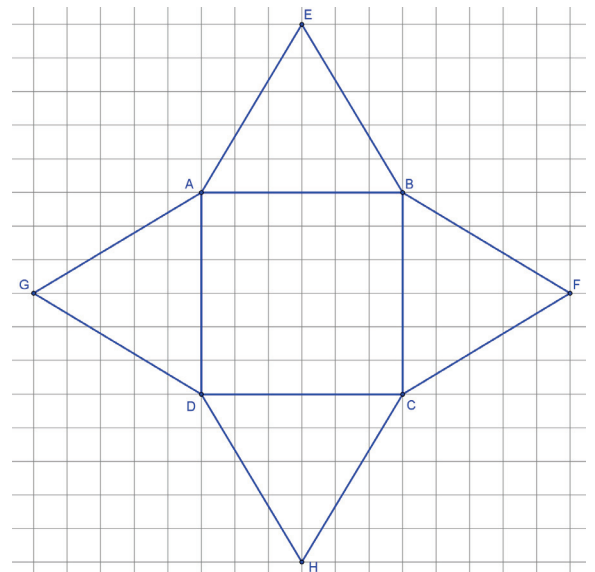
(1) Comment s'appelle ce solide ?

Pyramide (à base carrée).....

(2) Compléter : ce solide a ...5... faces, ...5... sommets et ...8... arêtes.

(3) Calculer l'**aire totale A** de ce solide :

$$\begin{aligned}
 A &= 6^2 + 4 \cdot \frac{5 \cdot 6}{2}, \\
 &= 36 + 60 \\
 &= 96 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

(4) **Encercler la bonne réponse !** La hauteur de ce solide est :< 5 cm

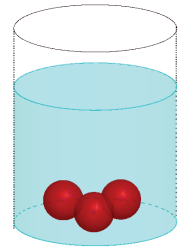
= 5 cm

> 5 cm

Question 3

9 points

Dans un récipient cylindrique de diamètre 12 cm, contenant une quantité inconnue d'eau, sont plongées trois boules de rayon 4 cm, comme le montre la figure ci-contre. a) Quel est le volume total des 3 boules (*valeur exacte*) ? De quelle hauteur h (*valeur exacte*) le niveau de l'eau va-t-il baisser lorsqu'on enlève les boules du récipient ?



a) Volume des 3 boules :

$$V = 3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 = 256 \pi \text{ cm}^3$$

b) Equation :

$$\cancel{\pi} \cdot 6^2 \cdot h = 256 \cancel{\pi}$$

$$\Leftrightarrow 36 h = 256 \quad / : 36$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{256}{36} = \frac{64}{9} \text{ cm}$$

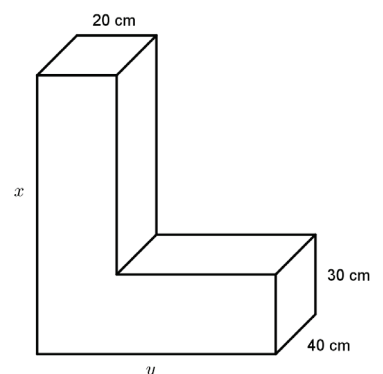
Le niveau de l'eau va baisser de $\frac{64}{9} \text{ cm}$.

Question 4

7 (=5+2) points

- (1) Calculer *le volume V* du solide en forme de L représenté ci-contre en fonction de x et de y (en cm). *Réduire* la formule.

$$\begin{aligned} V &= x \cdot 20 \cdot 40 + (y-20) \cdot 40 \cdot 30 \\ &= 800x + 1200(y-20) \\ &= 800x + 1200y - 24'000 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



- (2) Si $x = 90 \text{ cm}$ et $y = 75 \text{ cm}$, quel est le volume du solide en l ?

$$\begin{aligned} V &= 800 \cdot 90 + 1200 \cdot 75 - 24'000 \\ &= 138'000 \text{ cm}^3 = 138 \text{ l} \end{aligned}$$

Question 5

5 points

Un prisme droit a 18 faces, le périmètre d'une base est 50 cm et la hauteur du prisme est de 6 cm.

- Combien de sommets une base a-t-elle ? Rép. : 16
- Combien de sommets le prisme a-t-il en tout ? Rép. : $32 (= 2 \cdot 16)$
- Combien d'arêtes ce prisme a-t-il ? Rép. : $48 (= 3 \cdot 16)$
- Quelle est l'aire latérale de ce prisme ? Rép. : $50 \cdot 6 = 300 \text{ cm}^2$
- Combien de faces latérales le prisme a-t-il ? Rép. : 16

Question 6

10 (=4+6) points

Sur les figures suivantes, déterminer si $a \parallel b$. Justifier tous les calculs avec précision !

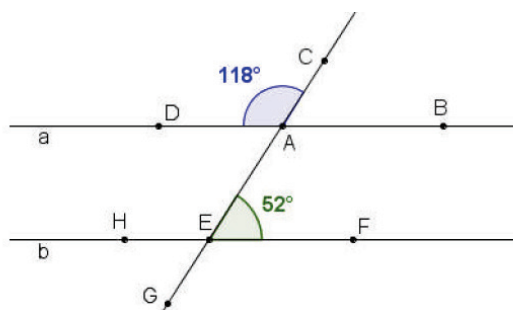


fig. 1

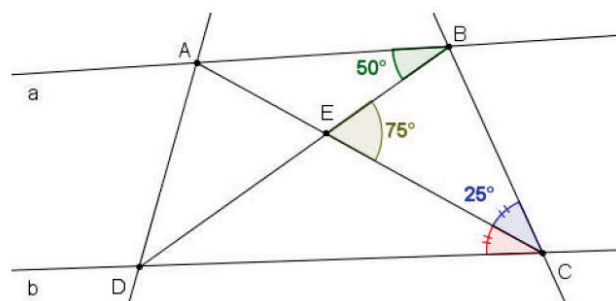


fig.2

Sur la figure 1 :

- $\widehat{CAB} = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$ (angles supplémentaires)
- Comme les angles correspondants \widehat{CAB} et \widehat{AEF} formés par les droites a et b et la sécante (CG) ne sont pas égaux, on a $a \nparallel b$.

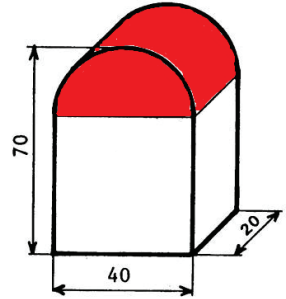
Sur la figure 2 :

- $\widehat{ECB} = \widehat{ECD} = 25^\circ$ (car [CA] est la bissectrice de l'angle \widehat{BCD})
- $\widehat{DEC} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ (angles supplémentaires)
- $\widehat{EDC} = 180^\circ - 105^\circ - 25^\circ = 50^\circ$ (somme des angles d'un triangle)
- Comme les angles alternes-internes \widehat{ABE} et \widehat{EDC} formés par les droites a et b et la sécante (BD) sont égaux, on a $a \parallel b$.

Question 7

13 (=8+5) points

Une borne kilométrique en granit est formée d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. Les dimensions de la figure sont données en cm.



- (1) Calculer le volume total (valeur exacte) et la masse en kg (valeur approchée) de la borne kilométrique, sachant le granit a une masse volumique de 1800 kg/m^3 .

Le rayon r du demi-cylindre est $40:2 = 20 \text{ cm}$.
Donc :

$$\begin{aligned} V &= 40 \cdot 20 \cdot 50 + \pi \cdot 20^2 \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 40000 + 4000\pi \text{ cm}^3 \\ &= 40 + 4\pi \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

Masse volumique : $\frac{1800 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = \frac{1800 \text{ kg}}{1000 \text{ dm}^3} = 1,8 \text{ kg/dm}^3$

Donc : $m = (40 + 4\pi) \cdot 1,8$
 $\approx 94,62 \text{ kg}$

La borne kilométrique a une masse de $94,62 \text{ kg}$.

- (2) Calculer l'aire de la surface rouge de la borne kilométrique (valeur exacte).

$$\begin{aligned} A &= \pi \cdot 20^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 20 \\ &= 400\pi + 400\pi \\ &= 800\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$