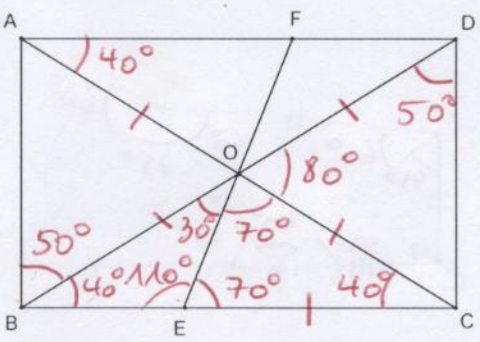
CORRIGÉ

6M8 Devoir de mathématiques III,3 4.07.09

Question 1

18 (=6+3+9) points

Sur la figure suivante, $ABCD$ est un rectangle :



(1) a) Citer deux couples d'angles opposés par le sommet :

$\widehat{FOD}$ et $\widehat{BOE}$ $\widehat{AOD}$ et $\widehat{BOC}$

b) Citer deux couples d'angles alternes-internes :

$\widehat{FAO}$ et $\widehat{OCE}$ $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OCD}$

c) Citer deux couples d'angles complémentaires et adjacents :

$\widehat{FAO}$ et $\widehat{OAB}$ $\widehat{FDO}$ et $\widehat{ODC}$

d) Citer deux couples d'angles supplémentaires et adjacents :

$\widehat{AFO}$ et $\widehat{OFD}$ $\widehat{FOD}$ et $\widehat{DOE}$

(2) Quelle est la nature des triangles BOC et COD ? Justifier la réponse !

$\triangle BOC$ et $\triangle COD$ sont isocèles. En effet, les diagonales d'un rectangle ont même longueur et se coupent en leur milieu. Donc $OB = OC = OD$

(3) On suppose maintenant de plus que $CO = CE$ et $\widehat{OCE} = 40°$. Calculer ***mentalement*** la mesure des angles suivants (résultats ***sans justifications***) !

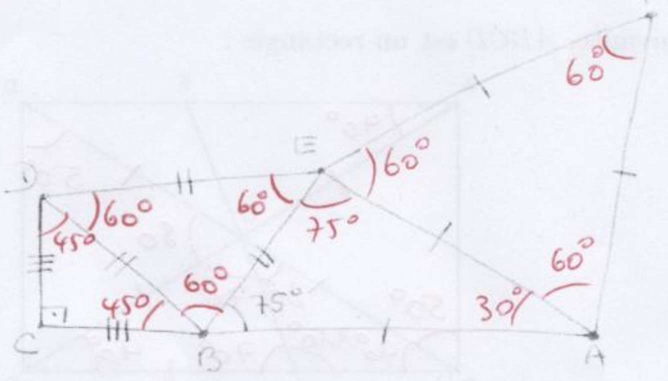
a) $\widehat{DAO} = 40°$ d) $\widehat{BEO} = 110°$ g) $\widehat{AOD} = 100°$

b) $\widehat{EOC} = 70°$ e) $\widehat{OBE} = 40°$ h) $\widehat{ODC} = 50°$

c) $\widehat{OEC} = 70°$ f) $\widehat{BOE} = 30°$ i) $\widehat{DOC} = 80°$

Question 2 12 (=7+5) points

Observer attentivement la figure suivante tracée à main levée :



(1) a) Calculer $\widehat{ABC}$ en justifiant soigneusement votre réponse :

Δ DBE est équilatéral, donc $\widehat{DBE} = 60°$

Δ BCD est rectangle isocèle, donc

$\widehat{CBD} = \frac{180-90}{2} = 45°$

Donc : $\widehat{ABC} = \widehat{ABE} + \widehat{EBD} + \widehat{DBC}$

$= 75° + 60° + 45°$

$= 180°$

b) Que peut-on en déduire au sujet des points A, B et C ?

Les points A, B et C sont alignés

(2) Les droites (AB) et (AF) sont-elles perpendiculaires ? Justifier votre réponse !

Δ ABE est isocèle en A donc $\widehat{BAE} = 180 - 2\cdot 75 = 30°$

Δ AEF est équilatéral donc $\widehat{EAF} = 60°$

Donc $\widehat{BAF} = 30 + 60 = \underline{\underline{90°}}$

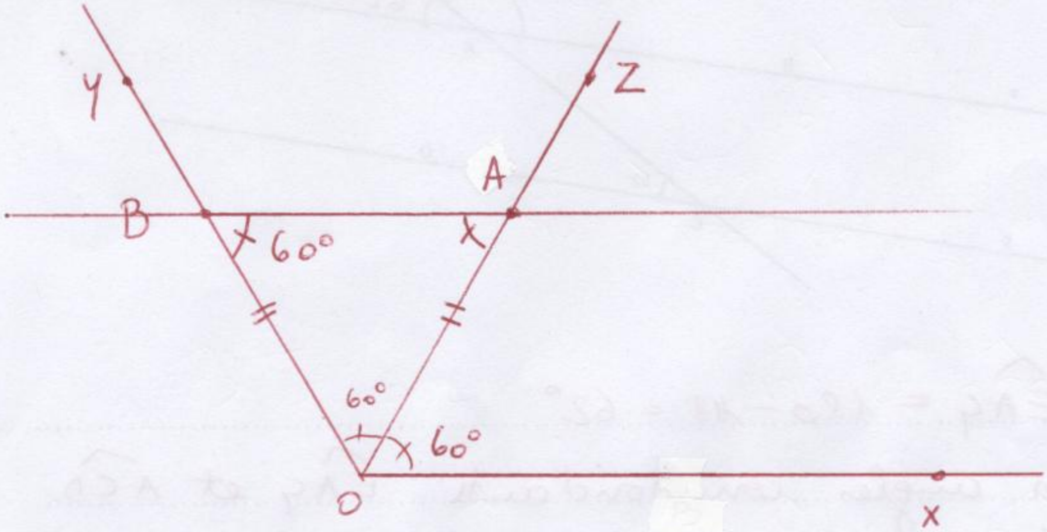
c-à-d $(AB) \perp (AF)$

Question 3 10 (=4+6) points

(1) a) Tracer un angle $\widehat{XOY}$ mesurant 120°.

b) Construire ***à l'aide du compas*** la bissectrice $[OZ)$ de $\widehat{XOY}$.

c) Placer deux points $A \in [OZ)$ et $B \in [OY)$ tels que $OA = OB$.



(2) Prouver que les droites (OX) et (AB) sont parallèles.

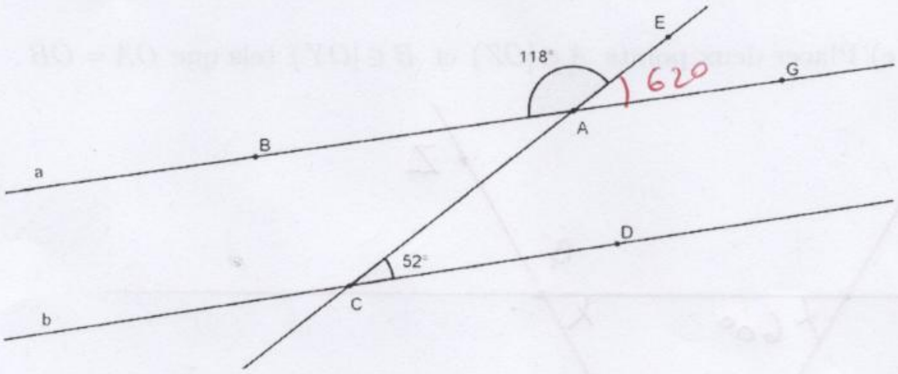
- Δ OAB est isocèle en O, donc
  $\widehat{ABO} = \widehat{BAO} = \frac{180-60}{2} = 60°$
  (Donc en fait le Δ OAB est équilatéral.)
- $\widehat{AOX} = \frac{\widehat{XOY}}{2} = \frac{120}{2} = 60°$ car
  $[OZ)$ est la bissectrice de $\widehat{XOY}$.
- Donc les angles alternes - internes
  $\widehat{ABO}$ et $\widehat{AOX}$ sont égaux.
- Par conséquent $(AB) \parallel (OX)$.

Question 4 10 (=4+6) points

Les droites a et b sont-elles parallèles dans les cas suivant ? Justifier votre réponse !

(***Attention*** : les figures ne sont pas exactes !)

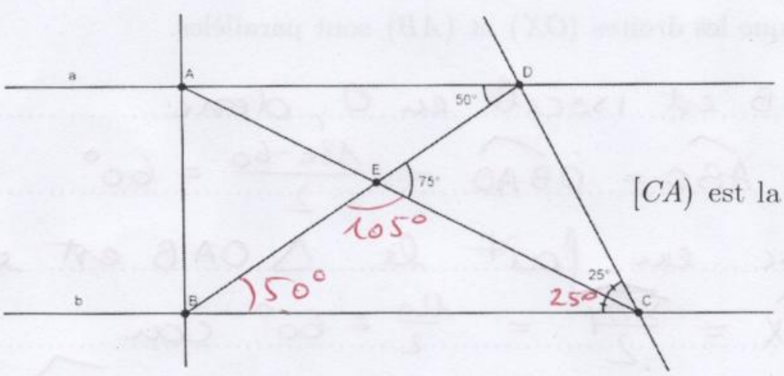
(1)



$\widehat{EAG} = 180 - 118 = 62^\circ$

Les angles correspondants $\widehat{EAG}$ et $\widehat{ACD}$ n'ont pas la même mesure, donc $a \not\parallel b$

(2)



$[CA)$ est la bissectrice de $\widehat{BCD}$!

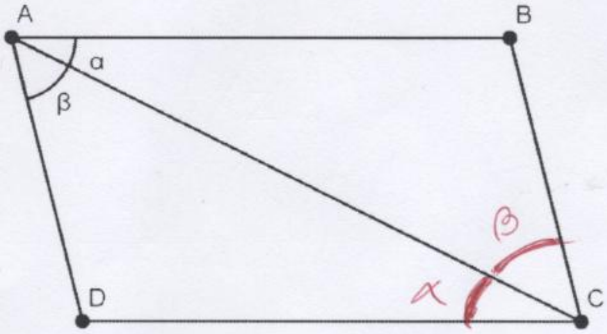
1) $\widehat{ECB} = 25^\circ$ car $[CA)$ est la bissectrice de $\widehat{BCD}$. 2) $\widehat{BEC} = 180 - 75 = 105^\circ$

Donc $\widehat{EBC} = 180 - 105 - 25 = 50^\circ$

Les angles alternes-internes $\widehat{EBC}$ et $\widehat{ADE}$ sont égaux, donc $a \parallel b$

Question 5 — 10 (=2+2+3+3) points

Sur la figure suivante, $ABCD$ est un parallélogramme. On note : $\alpha = \widehat{BAC}$ et $\beta = \widehat{CAD}$. Il est ***interdit*** de remplacer α et β par des valeurs numériques dans tout l'exercice !



(1) Trouver un deuxième angle égal à α sur la figure. Justifier ***avec précision*** !

Comme $(AB) \parallel (DC)$, les angles alternes-internes $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont égaux. Donc $\widehat{ACD} = \alpha$

(2) Trouver un deuxième angle égal à β sur la figure. Justifier ***avec précision*** !

Comme $(AD) \parallel (BC)$, les angles alternes-internes $\widehat{DAC}$ et $\widehat{BCA}$ sont égaux : Donc $\widehat{BCA} = \beta$

(3) Exprimer à l'aide de α et β les angles suivants :

$\widehat{BAD} = \alpha + \beta$ et $\widehat{BCD} = \alpha + \beta$

$\widehat{B} = 180 - \alpha - \beta$ et $\widehat{D} = 180 - \alpha - \beta$

(4) Que vient-on de démontrer au sujet des angles d'un parallélogramme ?

Les angles opposés d'un parallélogramme sont égaux.

G. Lorang