

Durée : 55'

Calculatrice non autorisée

Question 1

18 (=6+6+6) points

- (1) Mettre $A = 0,04^{11} \cdot (-5)^{19}$ sous la forme d'une *puissance* (a^n ou $-a^n$) :

$$\begin{aligned}
 A &= \left(\frac{4}{100}\right)^{11} \cdot (-5)^{19} = \left(\frac{1}{25}\right)^{11} \cdot (-5)^{19} \\
 &= -\left(\frac{1}{5^2}\right)^{11} \cdot 5^{19} = -\frac{5^{19}}{5^{22}} = -\frac{1}{5^3} \\
 &= -\left(\frac{1}{5}\right)^3
 \end{aligned}$$

- (2) Mettre $B = \left(\frac{84}{28} - 0,5\right)^2 : (-1,5)^3$ sous forme d'une *fraction irréductible* :

$$\begin{aligned}
 B &= (3 - 0,5)^2 : (-1,5)^3 \\
 &= 2,5^2 : (-1,5)^3 \\
 &= \left(\frac{5}{2}\right)^2 : \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \\
 &= -\frac{25}{4} \cdot \frac{2^2}{27} = -\frac{50}{27}
 \end{aligned}$$

- (3) Mettre les nombres suivants *en notation scientifique* :

$$C = 35 \text{ milliards} ; D = 739'000'000 ; E = 0,00026 \cdot 10^{35} ; F = (-0,5)^{18} \cdot 20^{19}$$

$$\begin{aligned}
 C &= 35 \cdot 10^9 = 3,5 \cdot 10^{10} \\
 D &= 739'000'000 = 739 \cdot 10^6 = 7,39 \cdot 10^8 \\
 E &= 0,00026 \cdot 10^{35} = 2,6 \cdot 10^{31} \\
 F &= \left(-\frac{1}{2}\right)^{18} \cdot 20^{19} \\
 &= \frac{1}{2^{18}} \cdot 2^{19} \cdot 10^{19} \\
 &= 2 \cdot 10^{19}
 \end{aligned}$$

14 (=6+8) points

$$a = 10,3 \cdot 10^{17} \ ; \ b = 0,0013 \cdot 10^{21} \ ; \ c = 129 \cdot 10^{17} \ ; \ d = 13000 \cdot 10^{13}$$

$a = 1,03 \cdot 10^{18}$
 $b = 1,3 \cdot 10^{18}$
 $c = 1,29 \cdot 10^{19}$
 $d = 1,3 \cdot 10^{17}$

exposant le plus grand
 exposant le plus petit

Donc:
 $d < a < b < c$

(2) Calculer et mettre en notation scientifique $A + B$, $A - B$, $A \cdot B$ et $A : B$ lorsque $A = 4,2 \cdot 10^{21}$ et $B = 14 \cdot 10^{18}$

$$\begin{aligned} A + B &= 4,2 \cdot 10^{21} + 14 \cdot 10^{18} \\ &= 42 \cdot 10^{20} + 14 \cdot 10^{18} \\ &= 4200 \cdot 10^{18} + 14 \cdot 10^{18} \\ &= 4214 \cdot 10^{18} = 4,214 \cdot 10^{21} \\ A - B &= 4200 \cdot 10^{18} - 14 \cdot 10^{18} \\ &= 4186 \cdot 10^{18} = 4,186 \cdot 10^{21} \\ A \cdot B &= 4,2 \cdot 10^{21} \cdot 14 \cdot 10^{18} = 58,8 \cdot 10^{39} = 5,88 \cdot 10^{40} \\ \frac{A}{B} &= \frac{4,2 \cdot 10^{21}}{14 \cdot 10^{18}} = \frac{42 \cdot 10^{20}}{14 \cdot 10^{18}} = 3 \cdot 10^2 \end{aligned}$$

7 points

Trouver les chiffres a et b tels que le nombre $78a03b$ est divisible par 9. Ecrire toutes les possibilités. (On ne demande pas de justifier les réponses !)

a + b = 0:	78	0	0	3	0
a + b = 9:	78	0	0	3	9; 781
	783	0	3	6;	784
	786	0	3	3;	787
a + b = 18:	789	0	3	9	2

Question 4

7 (=2+1+2+2) points

- (1) *Définir* : nombre premier. *Voir cours!*
- (2) *Compléter* : Un entier naturel est divisible par 6 ssi *il est divisible par 2 et par 3.*
- (3) *Compléter* : a) $a \mid b \Rightarrow \text{Div } a \subset \text{Div } b$ et b) $a \mid b \Rightarrow b\mathbb{N} \subset a\mathbb{N}$
- (4) Comment peut-on voir facilement que 6993 est divisible par 7 *sans faire la division* ? *$6993 = 7000 - 7$; $7 \mid 7000$ et $7 \mid 7$ donc $7 \mid 6993$*

Question 5

8(=4+4) points

Ecrire en extension les ensembles suivants :

$$A = \text{Div } 84 \setminus 2\mathbb{N} = \{1, 3, 7, 21\}$$

$$B = \text{Div } 120 \cap 5\mathbb{N} = \{5, 10, 15, 20, 30, 40, 60, 120\}$$

Faire les calculs nécessaires ci-dessous :

Div 84		Div 120	
1 84		1 120	
2 42		2 60	
3 28		3 40	
4 21		4 30	
6 14		5 24	
7 12		6 20	
		8 15	
		10 12	

Question 6

12 (=3+4+5) points

Donner la factorisation première des entiers $F = 75000$, $G = 60^7 \cdot 36^9$ et $H = 3276$.

$$\begin{aligned}
 F &= 75\,000 = 75 \cdot 1000 \\
 &= 3 \cdot 5 \cdot 10^3 \\
 &= 3 \cdot 5^2 \cdot (2 \cdot 5)^3 \\
 &= 3 \cdot 5^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3 \\
 &= 2^3 \cdot 3 \cdot 5^5 \\
 G &= 60^7 \cdot 36^9 = (4 \cdot 15)^7 \cdot (6 \cdot 6)^9 \\
 &= (2^2 \cdot 3 \cdot 5)^7 \cdot (2 \cdot 3)^9 \\
 &= 2^{14} \cdot 3^7 \cdot 5^7 \cdot 2^9 \cdot 3^9 \\
 &= 2^{23} \cdot 3^{16} \cdot 5^7 \\
 \begin{array}{r|l}
 3276 & 2 \\
 1638 & 2 \\
 819 & 3 \\
 273 & 3 \\
 91 & 7 \\
 13 & 13 \\
 1 &
 \end{array}
 \end{aligned}$$

Donc $H = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13$

G. Lorang