classe.: II^{e}c$_2$ **date: 17/11/1999**

Mathématiques

Devoir I,2

I) Expliquez ce qu'on entend par fonction continue en x_0 et par fonction discontinue en x_0.

(4 pts)

❋

II) Ecrivez les fonctions suivantes sous forme de composées de certaines fonctions affines à définir et des fonctions $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = x^3$, $f_3(x) = \dfrac{1}{x}$, $f_4(x) = \sqrt{x}$:

1) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3x^2 + 5}}$ **2)** $g(x) = \left(\dfrac{5}{3x - 1}\right)^3$ **3)** $h(x) = 3\sqrt{(7x-5)^3} - 9$

(3+3+3 = 9 pts)

❋

III) 1) Montrez que la courbe de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 - 6x + 14}{-x^2 + 6x - 5}$ admet un axe de symétrie.

2) Montrez que la courbe de la fonction $f(x) = \dfrac{x^3 + x^2 - 3x - 5}{x^2 + 2x + 2}$ admet le point $\Omega(-1,-2)$ comme centre de symétrie.

3) Analysez si la courbe de la fonction $f(x) = \dfrac{2x^3 - 5x}{|x| + 3}$ admet un élément de symétrie.

(6+6+5 = 17 pts)

❋

IV) Soient (A,a), (B,b) et (C,c) trois points pondérés avec $a + b + c \neq 0$.

1) Enoncez et démontrez le théorème-définition concernant le barycentre G de ces points.

2) Soit M un point quelconque du plan, complétez puis démontrez l'égalité suivante:

$$a \cdot \overrightarrow{MA} + b \cdot \overrightarrow{MB} + c \cdot \overrightarrow{MC} = \cdots$$

3) En supposant de plus que $a + b \neq 0$ et en désignant par H le barycentre de (A,a) et de (B,b), montre que G est aussi le barycentre de (H,a+b) et de (C,c).

(4+2+4 = 10 pts)

❋

V) Soient (ABCD) un quadrilatère quelconque et G le point défini par l'égalité $8 \cdot \overrightarrow{GB} + 4 \cdot \overrightarrow{BC} = 2 \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$.

1) Déterminez a,b, c et d pour que G soit le barycentre de (A;a), (B,b), (C,c) et (D,d).

2) Construisez G.

(3+5 = 8 pts)

❋

VI) Soit G le barycentre de (A,5), (B,-1) et (C,3); I le barycentre de (A,5) et (B,-1); J le barycentre de (A,5) et (C,3); K le barycentre de (B,-1) et (C,3).

1) Montrez que I,C et G sont alignés (même chose pour J, B et G et pour ...).

2) Déduisez-en que les droites (IC), (JB) et (KA) se coupent en un point.

(6+2 = 8 pts)

❋

VII) Soient A et B deux points et G le barycentre de (A,7) et (B,-5). Déterminez puis construisez l'ensemble $E = \left\{ M \,/\, \left\| 7 \cdot \overrightarrow{MA} + 5 \cdot \overrightarrow{BM} \right\| = \left\| \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} \right\| \right\}$.

(4 pts)

❋