

Devoir en Mathématiques II,3

I) 1) Complétez, puis démontrez: $\forall \vec{u}, \vec{v} \in \mathcal{V} \quad \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \dots$

2) Énoncez et démontrez l'inégalité de Cauchy-Schwartz.

3) Énoncez et démontrez les expressions analytiques du produit scalaire de deux vecteurs et de la norme d'un vecteur.

(6+4+6 = 16 pts)



II) 1) Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormal et $A(-4,3)$, $B(-1,5)$ et $C(3,-1)$. Montrez que le triangle (ABC) est rectangle en B.

2) Sachant que $\vec{u} \perp \vec{v}$, $\|\vec{u}\| = 3$ et $\|\vec{v}\| = 2$, calculez:

a) $(2 \cdot \vec{u} - 5 \cdot \vec{v})^2 =$

b) $(\sqrt{3} \cdot \vec{u} - \vec{v})(5\vec{v} + \sqrt{12} \cdot \vec{u}) =$

(4+4+4 = 12 pts)



III) Étudiez la dérivabilité de la fonction $f(x) = \sqrt{|x-5|}$.

(8 pts)



IV) Soit $f(x) = x^3 - x$ et $A\left(0, \frac{1}{4}\right)$. Trouvez toutes les tangentes à C_f passant par A.

(8 pts)



V) Étude complète de la fonction $f(x) = \left| \frac{2x-4}{3-x} \right|$ (domaine, limites et branches infinies, dérivabilité, tableau des variations et courbe).

(16 pts)

