

**Devoir en Mathématiques III,1**

**I).** Etude de la fonction  $f(x) = 3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x + 2$  : domaine, limites et asymptotes, dérivée, tableau des variations, points d'inflexion, courbe ( unités : 1 cm sur (Ox) et 1/20 cm sur (Oy) ).

**(15 pts)**



**II)** Etude de la fonction  $f(x) = \frac{2x^2 + x + 27}{-x^2 + 3x + 4}$  : domaine, limites et asymptotes, dérivée, tableau des variations, courbe ( unités : 0,5 cm sur les deux axes ).

**(4+4+4 = 12 pts)**



**III)** La fonction f est donnée par sa courbe représentative :

Etudiez graphiquement le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = \lambda$  en discutant suivant les valeurs de  $\lambda$ .

**(6 pts)**



**IV)** Dans un repère orthonormé on a les points  $A(-2 ; -1)$  et  $B(4 ; -3)$ . On définit l'application  $f$  du plan dans  $\mathbb{R}$  définie pour tout point  $M(x ; y)$  par  $f(M) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$ .

1) Montrez que  $\forall k \in \mathbb{R}$ , la ligne de niveau  $L_k$  de  $f$  est une droite orthogonale à  $(AB)$ .

2) Pour quelle valeur de  $k$ ,  $L_k$  est-elle égale à la médiatrice de  $[AB]$  ?

**(8+4 = 12 pts)**



**V)** Soient  $A, B$  deux points du plan distants de 8 cm,  $k$  un réel et  $f$  l'application du plan dans  $\mathbb{R}$  définie pour tout point  $M$  par  $f(M) = MA^2 + MB^2$ .

1) Déterminez la ligne de niveau  $k$  de  $f$  (distinguez plusieurs cas suivant les valeurs de  $k$ ).

2) Dessinez la ligne de niveau 64. Que remarque-t-on ?

**(9+3 = 12 pts)**



**Question bonus**

Est-ce que dans l'exercice IV  $L_k$  est toujours une droite orthogonale à  $(AB)$ , quelles que soient les coordonnées des points  $A$  et  $B$  ? Justifiez votre réponse.

**(5 pts)**

