Devoir de mathématiques
1B
1er avril 2009

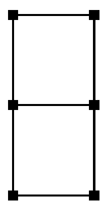
Durée de l'épreuve : 120 minutes
La clarté des raisonnements, la qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie interviendront dans l'appréciation.
3 points pour une copie propre et lisible!

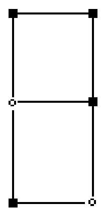
1ère question : *(N.B. : les parties 1) – 4)) sont indépendntes.)*

1) Une urne contient 10 boules, à savoir 3 boules bleues, 2 boules vertes et 5 boules rouges.
   On tire au hasard 3 boules, l'une après l'autre, en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne. On note X la v.a. prenant pour valeur le nombre de boules bleues obtenues. Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique.

2) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Démontrer que $\frac{k}{n} C_n^k = C_{n-1}^{k-1}$; en déduire $\sum_{k=1}^{n} k\, C_n^k$.

3) Un caractère de l'écriture Braille, destinée aux aveugles, est formé de points obtenus en piquant la feuille de papier à travers au moins un des 6 carrés de la grille ci-contre.





(la lettre M)

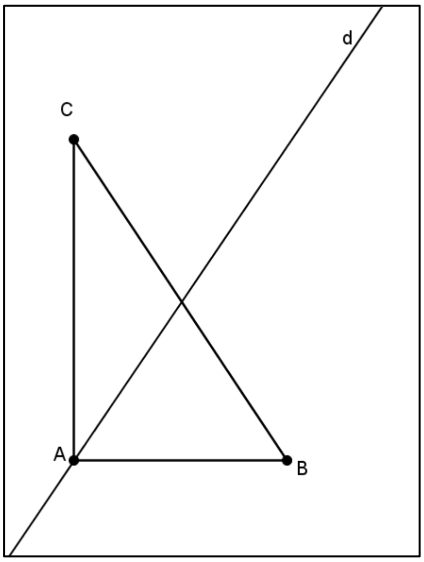
   Combien de caractères Braille peut-on ainsi obtenir?

4) En morse on utilise deux signaux, le point · et le trait – pour composer des séquences de différentes longueurs.
   Voici p.ex. une séquence de longueur 4: · – – ·
   Combien peut-on former de séquences de longueur 4 ? … de longueur n $(n \in \mathbb{N}_0)$?

(9+5+5+5 = 24 points)

Tourner S.V.P.

Question 2 :



Soit *ABC* un triangle rectangle en *A* et *d* une droite variable passant par *A*, mais non pas par *C*.

On note *G* la projection orthogonale de *B* sur *d* et *E* la projection orthogonale de *C* sur *d*.

Enfin d_1 désigne la droite parallèle à *AC* passant par *G* et d_2 la droite parallèle à *AB* passant par *E*.

Déterminer le lieu du point d'intersection *M* de d_1 et de d_2.

(20 points)

Question 3 :

On considère la courbe Γ d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = f(t) = 4\sin(3t) \\ y = g(t) = 4\cos(2t) \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}.$$

1) Démontrer que la plus petite période strictement positive commune aux fonctions *f* et *g* est le nombre 2π. Quelle conséquence pour la construction de Γ peut-on en tirer ?
2) Déterminer l'élément (les éléments) de symétrie de la courbe Γ et montrer qu'il suffit de construire la partie Γ_1 de Γ obtenue pour $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
3) Construire Γ_1 point par point. Unité de longueur : 1 *cm*.
(N.B. : donner à *t* les valeurs $0°, 10°, 20°, 30°, \ldots, 80°, 90°$; ne pas oublier de mettre la machine à calculer en mode degré !).
4) Construire Γ.

(3+4+3+3 = 13 points)

* * * * * * * * * * * * * * * * * *