

**Devoir de mathématiques****1B****5 mai 2009****Durée de l'épreuve : 90 minutes****La clarté des raisonnements, la qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie interviendront dans l'appréciation.****3 points pour une copie propre et lisible!****1<sup>ère</sup> question** : N.B. : Les parties a) et b) sont indépendantes !a) Dans le plan de Gauß, muni d'un R.O.N., on donne les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ d'affixes  $z_A = 2$ ,  $z_B = 2i$ ,  $z_C = 2 + 2i\sqrt{3}$  et  $z_D = -2\sqrt{3} + 2i$ .1) Calculer  $\frac{z_C}{z_A}$  et  $\frac{z_D}{z_B}$  ; mettre les résultats sous f.t.2) En déduire que le segment  $[CD]$  est l'image du segment  $[AB]$  par la composée  $r \circ h$  d'une rotation  $r$  et d'une homothétie  $h$  dont on précisera les caractéristiques (centre, angle et rapport).3) Représenter  $A$ ,  $B$  et  $[AB]$  dans le plan de Gauß et construire  $C$ ,  $D$  et  $[CD]$  à l'aide de  $h$  et de  $r$ .b) Soit le nombre complexe  $z = \sqrt{6 - 3\sqrt{2}} - i\sqrt{6 + 3\sqrt{2}}$ .1) Calculer  $z^4$  sous f.a. et sous f.t.2) En déduire la f.t. de  $z$ .3) Déterminer les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{8}$  et de  $\sin \frac{\pi}{8}$ .

[(2+2+1)+(4+5+5) = 19 points]

**Question 2** : N.B. : Les parties 1) et 2) sont indépendantes !

On supposera dans toute cette question que le plan est muni d'un repère orthonormé  $(Ox, Oy)$ .

- 1) Etablir une équation cartésienne de la conique  $C_1$  de foyer  $F(0,8)$ , de directrice associée  $d \equiv y = 5$  et d'excentricité  $\varepsilon = \frac{1}{2}$ . Identifier  $C_1$ , déterminer son centre, son axe focal ainsi que l'autre foyer et l'autre directrice.
- 2) Vrai ou faux ? Justifier la réponse et redresser le cas échéant les affirmations suivantes :
  - a)  $F(-1,0)$  est le foyer de la parabole  $\mathbb{P} \equiv x^2 = -4y$ .
  - b)  $\varepsilon = \frac{5}{4}$  est l'excentricité de la conique  $C \equiv -\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .
  - c)  $F_1(-1,5)$  et  $F_2(-1,-1)$  sont les foyers de la conique

$$\Gamma \equiv 25x^2 + 16y^2 + 50x - 64y - 311 = 0.$$

[9+(2+2+6)= 19 points]

**Question 3** :

Un agriculteur élève des vaches limousines.

Pour les semaines à venir, il attend 8 naissances dans son troupeau.

Chacune des naissances donne un veau mâle avec une probabilité de 51%.

Comme le prix de la viande a chuté, l'agriculteur décide de vendre parmi les veaux nouveau-nés seulement les veaux mâles et de garder les veaux femelles.

Notons  $X$  la v.a. qui compte les veaux mâles parmi les 8 naissances prévues.

- 1) Préciser la loi de probabilité de  $X$  (*justifier la réponse !*).
- 2) A combien de veaux mâles en moyenne l'agriculteur doit-il s'attendre ?
- 3) Calculer la probabilité que l'agriculteur vendra tous les veaux.
- 4) Le troupeau est actuellement constitué de 12 bêtes et l'étable peut en contenir 17. Calculer la probabilité que le troupeau, auquel auront été ajoutées les femelles nouveau-nées, tiendra dans l'étable.

[8+1+4+6 = 19 points]

\* \* \* \* \*