

## Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2004

Section : C

Branche : Mathématiques I

Nom et prénom du candidat

---

---

### Question I

(5+7)+(4+4)= 20 points

1) Soit le polynôme  $P(z) = z^3 - 4iz^2 + (i-6)z + (3i+1)$ .

a) Calculez les racines carrées complexes de  $3-4i$  sous forme algébrique.

b) Résolvez dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$ , après avoir vérifié que  $i$  est une solution.  
Puis factorisez  $P(z)$ .

2) Soient  $z_1 = \sqrt{3} - i$ ,  $z_2 = 2 \operatorname{cis} \frac{\pi}{10}$ .

Calculez les racines quatrièmes de  $(z_1)^3 \cdot z_2$  et portez dans le plan de Gauss les points dont les affixes sont les racines trouvées.

### Question II

(4+4+2)+10= 20 points

1) Considérez la matrice  $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

a) Calculez la matrice inverse de  $A$ .

b) Résolvez par la méthode matricielle le système suivant : 
$$\begin{cases} -x + 3y + z = -4 \\ x + 4y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}$$

c) Soit  $M$  la matrice obtenue en multipliant tous les termes de la matrice  $A$  par  $\frac{-2}{3}$ .

Utilisez les propriétés des déterminants pour calculer le déterminant de  $M$ .

2) Résolvez, discutez et interprétez géométriquement suivant la valeur du paramètre réel  $a$

le système suivant : 
$$\begin{cases} 2x + ay - 2az = 6 \\ x + y - 2z = 3 \end{cases}$$

*Tournez la page s.v.p. !*

**Question III**

**15+5= 20 points**

1) Une urne contient 10 boules dont 6 blanches et 4 vertes. On en tire au hasard et successivement 5 boules sans remise. Quelle est la probabilité d'obtenir

- a) au moins une boule verte ?
- b) une boule blanche suivie de quatre boules vertes ?
- c) une seule boule blanche ?
- d) trois boules blanches suivies de deux boules vertes ?
- e) exactement trois boules blanches ?

2) Dans une classe de 18 élèves, il y a 7 garçons dont 2 ont un permis de conduire et il y a 11 filles dont 4 ont un permis de conduire. On choisit au hasard une personne parmi ces 18 élèves. On considère les événements suivants :

F : « la personne choisie est une fille »,

G : « la personne choisie est un garçon »,

C : « la personne choisie possède un permis de conduire ».

a) Les événements C et G sont-ils indépendants ? Justifiez par un calcul !

b) Calculez la probabilité pour que la personne choisie soit une fille, sachant que cette personne possède un permis de conduire.