Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2004

Sections: C, D

Branche: Mathématiques II septembre

Nom et prénom du candidat

____

____

I. 1) Démontrer le théorème suivant :

Si f est continue sur [a,b],

m est la plus petite valeur prise par f sur [a,b],

M est la plus grande valeur prise par f sur [a,b],

alors a) $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$,

b) il existe un réel c de [a,b] tel que $\int_a^b f(x)dx = f(c)\cdot(b-a)$.

2) Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\sin x + \frac{1}{\cos x}\right)^2 dx$

12 (7+5) points

II. 1) Résoudre l'équation suivante : $\left(\log_{\sqrt{2}} x\right)^2 + 2\log_2 x = 2$

2) Résoudre l'inéquation suivante : $\frac{\ln x - 1}{\ln x - 2} < 3$

3) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} x \mathrm{Arc}\tan\frac{1}{x}$.

16 (6+6+4) points

III. Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{x+\ln(x-1)}{x-1}$.

1) Déterminer le domaine de définition de f.
Etudier l'existence d'asymptotes à G_f, le graphe cartésien de f.
2) Etudier le sens de variation de f (tableau de variation).
3) Représenter graphiquement f.
4) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par G_f et les droites d'équations y=1, $x=1+e^{-1}$ et x=2.

15 (4+4+3+4) points

IV. Soit la fonction $f : x \mapsto x^2 e^{1-x}$.

1) Déterminer le domaine de définition de f.
Etudier l'existence d'asymptotes à G_f, le graphe cartésien de f.
2) Etudier le sens de variation de f (tableau de variation).
3) Déterminer les abscisses des points d'inflexion de G_f.
4) Représenter graphiquement f.
5) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par G_f, l'axe Ox et la droite d'équation x=1.

17 (4+3+3+3+4) points