

Examen de fin d'études secondaires 2005

Section: C,D

Branche: Mathématiques II

Nom et prénom du candidat

---

---

- I. 1) a) Définir : fonction Arc cosinus.  
b) Démontrer : pour tout  $x$  de  $] -1 ; 1[$  :  
 $(\text{Arc cos } x)' = \dots$
- 2) a) Définir : primitive d'une fonction.  
b) Démontrer : si  $F$  et  $G$  sont des primitives de  $f$  sur  $I$ ,  $I$  est un intervalle inclus dans le domaine de continuité de  $f$ , alors il existe une constante  $C$  telle que  $F(x) - G(x) = C$ , pour tout réel  $x$  de  $I$ .
- 3) Soit la fonction  $f : x \rightarrow \text{Arc cos } \frac{x+2}{x-2}$
- a) Déterminer le domaine de dérivabilité de  $f$ .  
b) Calculer  $f'(x)$ . (5+5+5 = 15 pts)

II. Résoudre l'équation et les inéquations suivantes :

- 1)  $e^{2x-1} + e^x = e^{-1} + 1$
- 2)  $(0,4)^{x^2+7x} > (6,25)^{3-x}$
- 3)  $\ln \sqrt{2x+3} \leq \ln \sqrt{e} - \frac{1}{2} \ln(1-2x)$  (4+4+7 = 15 pts)

III. Soit la fonction  $f : x \rightarrow (x^2 + x + 1) e^{-x}$

- 1) Etudier  $f$  :
- a) domaine de définition et de dérivabilité
  - b) limites et asymptotes y compris la recherche d'une asymptote oblique éventuelle
  - c) sens de variation et tableau des variations
  - d) point(s) d'inflexion
  - e) graphe cartésien
- 2) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par le graphe cartésien de  $f$ , l'axe des  $x$  et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = 2$ . (1+4+3+3+3+6 = 20 pts)

IV. Calculer les intégrales suivantes :

- 1)  $\int \frac{3x-2}{\sqrt{5-x^2}} dx$
- 2)  $\int_0^1 (x+3)(x+1)^{-4} dx$
- 3)  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$  (3+4+3 = 10 pts)