

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2005

Section : D

Branche : Mathématiques I

Nom et prénom du candidat

Question I

On considère les nombres complexes $z_1 = \frac{3}{1-i} - \frac{2i}{1+i}$ et $z_2 = \frac{3\sqrt{3}+i}{2+i\sqrt{3}}$.

- 1) Mettre z_1, z_2 et $Z = \frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- 2) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$. 12 + 4

Question II

Soit le polynôme $P(z) = z^3 + (3-4i)z^2 + (-1-11i)z - 6i - 6$.

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$ sachant que le polynôme admet une *racine imaginaire pure*. 14

Question III

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & m-1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$.

- 1) Calculer la matrice $M = (A+B)^2$ et la matrice $N = A^2 + 2AB + B^2$.
- 2) Déterminer le réel m tel que $M = N$. 8 + 2

Question IV

Soit le système (s) $\begin{cases} x + y + mz = m^2 \\ x + my + z = 3m \\ mx + y + z = 2 \end{cases}$ où m est un paramètre réel.

- 1) Déterminer les réels m pour que le système admette une solution unique.
- 2) Résoudre et interpréter géométriquement le système dans chacun des trois cas suivants :
a) $m = -2$ b) $m = 0$ c) $m = 1$

6 + (6 + 6 + 2)