

# Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2006

Section: C/D

Branche: *Mathématiques II*

Nom et prénom du candidat

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Rappel : La clarté des raisonnements, la maîtrise du vocabulaire et des notations mathématiques ainsi que la qualité de la rédaction et la propreté de la copie interviendront dans l'appréciation de votre copie.

I) On donne la fonction définie par  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

- 1) Etudier le domaine de définition de  $f$  et l'existence d'asymptotes à  $C_f$ .
- 2) Etudier le sens de variation de  $f$  et dresser son tableau de variation.
- 3) Etudier l'existence de points d'inflexion.
- 4) Etablir l'équation de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point d'abscisse 0.
- 5) Tracer la droite  $T$  et la représentation graphique de  $f$  dans un R.O.N. (unité : 2 cm).
- 6) Calculer l'aire en  $\text{cm}^2$  de la partie  $S$  du plan délimitée par  $C_f$  et les deux droites d'équations respectives  $y=0$  et  $x=2$ .
- 7) Calculer le volume en  $\text{cm}^3$  du corps engendré par la rotation de  $S$  autour de  $Ox$ .

(4+2+3+2+2+2+4=19 points)

\*\*\*\*\*

II) Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x \, dx + \int \frac{4}{x^3 + 4x} \, dx$$

$$I_2 = \int_0^1 x^2 \cdot e^{-x} \, dx$$

$$I_3 = \int \frac{1}{\cos^4 x} \, dx \quad (\text{indication : on peut calculer cette intégrale à l'aide d'une intégration par parties})$$

(4+4+4=12 points)

\*\*\*\*\*

- III) 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :  $e^x + e^{1-x} = e + 1$   
2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation suivante :  $2 \ln(2x-1) - \ln(3x - 2x^2) > \ln(4x - 3) - \ln(x)$   
3) Calculer les trois limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln x^4$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} \ln(x^2 + 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{3x-7}$$

(3+5+6=14 points)

\*\*\*\*\*

## Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2006

Section: C, D

Branche: Mathématiques II

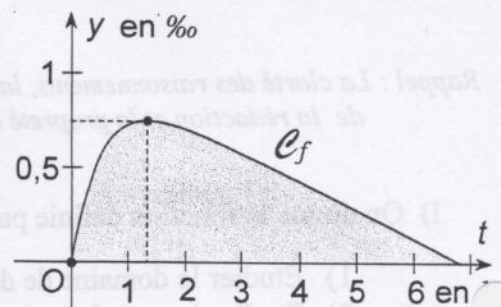
Nom et prénom du candidat

**Problème** (Tout calcul peut être effectué avec la V200) :

Après avoir bu une certaine quantité d'alcool  $q$  (en  $g$ ) à l'instant  $t=0h$ , on observe que le taux d'alcool dans le sang, encore appelé **taux d'alcoolémie** en ‰, varie avec le temps  $t$  (en heures) approximativement selon la fonction suivante :

$$f(t) = \frac{q}{b} \cdot (1 - e^{-at}) - 0,145t.$$

Le paramètre  $b$  dépend de la personne en question, notamment de son poids et vaut ici  $b=29,5$ . Le paramètre  $a$  dépend en particulier de la présence de nourriture dans l'estomac. Bien sûr, seule la partie de  $\mathcal{C}_f$  située dans le **premier quadrant** du repère a une signification réelle et tous les résultats des points suivants sont à donner à  $10^{-3}$  près.



- 1) À l'instant  $t=0h$ , une personne boit à *jeun* trois verres de vin contenant chacun en moyenne 11g d'alcool. Vu l'absence de nourriture dans son estomac, la valeur de  $a$  vaut  $a=9$ .
  - a) Déterminer graphiquement sur la V200 l'intervalle de temps pendant lequel la personne a de l'alcool dans le sang.
  - b) Analyser les variations du taux d'alcoolémie en fonction de  $t$ . Quand atteint-il son maximum? Déterminer aussi sa valeur maximale. Résumer les résultats dans un tableau de variation.
  - c) Sachant qu'un conducteur au Luxembourg est en infraction si son taux est égal ou supérieur à 0,8‰, déterminer graphiquement l'intervalle de temps pendant lequel la personne ne devrait pas conduire.
  - d) En tenant compte des résultats précédents, représenter dans un repère approprié le taux d'alcoolémie en fonction de  $t$ .
  - e) L'**effet** d'une substance dépend aussi bien de son taux que du temps de sa présence dans le corps humain. Il est souvent décrit par l'aire de la surface comprise entre l'axe des  $t$  et la courbe  $\mathcal{C}_f$ . Déterminer l'effet des trois verres de vin.
- 2) Après avoir bien mangé, la même personne boit à l'instant  $t=0h$  trois verres de vin contenant chacun en moyenne 11g d'alcool. Mais cette fois-ci, le paramètre  $a$  vaut  $a=1,2$ .
  - a) Trouver le taux d'alcoolémie maximal dans ces nouvelles conditions. Est-ce qu'il dépasse le seuil de 0,8‰?
  - b) Analyser si la personne pourrait boire un quatrième verre et rester en dessous du taux limite de 0,8‰.

**Répartition des points** :  $(2+3+2+3+1)+(2+2)=15$  points