Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2006

Section : B

Branche : MATHÉMATIQUES 1

Nom et prénom du candidat :

....

....

Question 1 *(points 7 + 8)*

1. Soit

$$P(z) = z^3 - (\lambda + 2 + i)z^2 + 2(\lambda + 1 + i)z - 2(\lambda + i) \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

   1) Montrez que $\lambda + i$ est une racine de P.

   2) Résolvez dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

2. Dans le plan de Gauss on donne les points A d'affixe $z_A = 2$, B d'affixe $z_B = 2i$, C d'affixe $z_C = 2 + 2i\sqrt{3}$ et D d'affixe $z_D = -2\sqrt{3} + 2i$.

   1) Calculez $\frac{z_C}{z_A}$ et $\frac{z_D}{z_B}$ donnez les résultats sous forme trigonométrique.

   2) Déduisez-en que le segment $[C, D]$ est l'image du segment $[A, B]$ par la composée $r \circ h$ d'une rotation r et d'une homothétie h desquelles on précisera les caractéristiques (centres, angle et rapport).

   3) Représentez A, B et $[A, B]$ dans le plan de Gauss et construire C, D et $[C, D]$ à l'aide de h et r.

Question 2 *(points 3 + 7 + 5)*

1. Calculez le terme en x^{17} dans $\left(4x^2 - \frac{1}{8x}\right)^{16}$

2. Un tireur à l'arc atteint une cible avec une probabilité de 0,25 et il tire 5 flèches dans les mêmes conditions.

   1) Calculez la probabilité pour qu'il atteigne la cible au moins une fois.

   2) Combien de fois doit-il tirer pour que la probabilité de toucher la cible au moins une fois dépasse 90%.

3. Un joueur jette deux dés non truqués. Il gagne 5 € si les points des deux dés sont égaux sinon il perd 1 €. Il répète le lancer des deux dés deux fois. Soit X la variable aléatoire "gain du joueur".

   1) Déterminez la loi de probabilité de X.

   2) Calculez l'espérance mathématique pour conclure si ce jeu est équilibré, favorable ou défavorable au joueur.

../.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2006	Nom et prénom du candidat :
Section : B	....
Branche : MATHÉMATIQUES 1	....

Question 3 *(points 6 + 9)*

1. Soit la conique $\mathcal{E}$ de foyer $F(1,1)$, de directrice associée $d \equiv y - 13 = 0$ et d'excentricité $\epsilon = \frac{1}{\sqrt{5}}$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
   1) Déterminez une équation focale et une équation réduite de $\mathcal{E}$.
   2) Après avoir précisé la nature de $\mathcal{E}$, déterminez la coordonnée de son second foyer F' et une équation de sa seconde directrice d' dans $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
2. Soit la conique $\mathcal{P} \equiv y^2 = 4x$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
   1) Déterminez l'équation cartésienne explicite de la tangente t_M à $\mathcal{P}$ au point $M(\alpha, \beta) \in \mathcal{P}$ sachant que M n'est pas l'origine du repère.
   2) Déterminez la coordonnée du point A, point d'intersection de t_M avec l'axe des x.
   3) Déterminez la coordonnée du point B, point d'intersection de t_M avec l'axe des y et exprimez celle-ci uniquement en fonction de β (Rappel : $M(\alpha, \beta) \in \mathcal{P}$).
   4) Déduisez-en la représentation graphique des tangentes aux points d'abscisses 1, 4 et 9 de la conique $\mathcal{P}$ et complétez la figure par la courbe $\mathcal{P}$.

Question 4 *(points 1 + 2 + 5 + 2 + 5)*

On donne l'ensemble de points Γ par un système d'équations paramétriques :

$$\Gamma \equiv \begin{cases} x = \dfrac{1}{\cos t} \\ y = \tan t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid \in \mathbb{Z} \right\}$$

1. Déterminez la plus petite période commune aux fonctions x et y.
2. Déterminez un élément de symétrie de Γ.
3. On considère :

$$\Gamma_1 \equiv \begin{cases} x = \dfrac{1}{\cos t} \\ y = \tan t \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[\qquad \text{et} \qquad \Gamma_2 \equiv \begin{cases} x = \dfrac{1}{\cos t} \\ y = \tan t \end{cases} \quad t \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$

   Calculer les coordonnées des points $M(t)$ pour $t \in \{0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\}$ et représentez Γ_1 dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité 3cm) en marquant le sens de parcours.
4. Complétez la figure précédente par Γ_2 avec indication du sens de parcours.
5. Éliminez le paramètre t pour obtenir une équation cartésienne de Γ et précisez la nature de Γ (La représentation de Γ n'est pas demandée).