

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2006

Section: C, D

Branche: Mathématiques 2

Nom et prénom du candidat

Exercice 1

- a. calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{x}}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}}$
b. résoudre $\log_4(x^2 - x - 2) < \log_2(x - 1)$
c. résoudre $2^{x+2} + 2^{1-x} = 9$

15 points

Exercice 2

On considère la fonction f définie par $f(x) = xe^{x+1}$

- a. déterminer le domaine d'existence, calculer les limites aux bords du domaine, trouver les asymptotes éventuelles
b. calculer les dérivées première et seconde, déterminer les extrema et les points d'inflexion, dresser un tableau des variations
c. représenter f graphiquement
d. calculer le volume $V(t)$ engendré par rotation autour de l'axe des abscisses de l'aire délimitée par la courbe représentant f et les droites $x = 0$ et $x = t$ ($t < 0$) ; calculer ensuite $\lim_{t \rightarrow -\infty} V(t)$.

15 points

Exercice 3

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = \ln(4 - x^2)$ et $g(x) = \ln(x^2 + 2)$

- a. pour chaque fonction déterminer le domaine d'existence, calculer les limites aux bords du domaine, trouver les asymptotes éventuelles
b. pour chaque fonction calculer les dérivées première et seconde, déterminer les extrema et les points d'inflexion, dresser un tableau des variations
c. représenter f et g graphiquement dans un même repère ; déterminer les points d'intersection des 2 courbes
d. calculer l'aire délimitée par les 2 courbes

15 points

Examen de fin d'études secondaires 2006

Section: C,D

Branche: Mathématiques II

Nom et prénom du candidat

IV. Flétan du Pacifique

Image d'un flétan (Heilbutt)



La longueur (en cm) de beaucoup de poissons de t années communément mis en vente peut être donnée par une fonction de croissance de *von Bertalanffy* de la forme:

$$f(t) = a \cdot (1 - b \cdot e^{-k \cdot t})$$

où $a, b \in \mathbb{R}$ et $k \in \mathbb{R}_+^*$ sont des constantes.

Le poids (en kg) d'un flétan du Pacifique en fonction de sa longueur (en m) est donné par la formule:

$$p(l) = 10,375 \cdot l^3$$

- 1) Déterminer a, b et k sachant qu'à la limite un flétan atteindra une longueur de $2 m$, un flétan de 10 ans a une longueur de $168,4 cm$ et la vitesse de croissance d'un flétan de 10 ans est de $5,69 cm/ann\acute{e}e$.
- 2) Pour la suite de l'exercice prendre $a = 200; b = 0,956$ et $k = 0,18$.
Estimer l'âge et la vitesse de croissance d'un flétan dont la longueur est de $100 cm$.
- 3) Calculer le poids d'un flétan de 5 ans.
- 4) Quelle est la limite du poids atteint par un flétan du Pacifique?
- 5) a) Exprimer le poids d'un flétan en fonction de son âge.
b) Quand la vitesse de croissance du poids est-elle maximale et qu'elle est alors sa valeur?
(Utiliser l'expression de 5)a)

15 points