Épreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007	Numéro d'ordre du candidat
Section : B	________________
Branche : Mathématiques I	

I. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation:

$$z^4 + \alpha z^2 + \beta + 12i = 0 \qquad (E)$$

où α et β sont deux nombres réels.

1) Déterminer les réels α et β sachant que $\sqrt{2}\,(1+i)$ est une racine de cette équation.
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation ainsi obtenue.
3) Soient z_1, z_2, z_3 et z_4 les solutions de l'équation (E).
   Le plan étant muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(z_1), B(z_2), C(z_3)$ et $D(z_4)$.
   Déterminer la nature du quadrilatère dont les sommets sont les points A, B, C et D. Justifier.

II.

1) Dans une agence de voyage, on a constaté que la probabilité qu'un client ayant réservé un ticket d'avion vienne effectivement retirer ce ticket est de 0,83.
   Cette agence organise un voyage en Norvège. Sur ce voyage, il n'y a que 12 places disponibles mais 16 clients ont réservé un ticket.
   On considère la variable aléatoire X : nombre de clients qui ne viennent pas retirer leur ticket.
   a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. Expliquer.
   b) Quelle est la probabilité pour que chaque client qui se présente à l'agence puisse effectivement participer au voyage ?
2) Anne invite 30 personnes pour son anniversaire. Quelle est la probabilité pour que parmi les 31 personnes de la fête il y en ait au moins deux qui sont nées le même jour de l'année ?
3) On lance un dé deux fois de suite. Soit X la valeur absolue de la différence des numéros obtenus.
   a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
   b) Tracer le polygone de probabilité de la variable aléatoire X.
   c) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de la variable aléatoire X.

Examen de fin d'études secondaires 2007	Numéro d'ordre du candidat
Section : B	______________________
Branche : Mathématiques I	

III.

1) Dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ on considère la courbe

$$\mathcal{C} \equiv y = 1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{\frac{x^2}{3} + 2x + 6}$$

Identifie cette courbe et représente $\mathcal{C}$ dans un repère orthonormé (unité 1cm).

2) Dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$, on considère la conique

$$\Gamma_1 \equiv x^2 - 4y - 16 = 0$$

a) Déterminer l'excentricité, le (les) foyer(s) et le (les) sommets de la conique Γ_1.
b) Déterminer une équation réduite d'une conique Γ_2 de même nature que Γ_1, admettant le même foyer et le même axe focal et passant par l'origine du repère.
c) Déterminer le (les) points d'intersection de Γ_1 et Γ_2.
d) Montrer que Γ_1 et Γ_2 se coupent à angle droit (indication : montrer qu'au(x) point(s) de contact, les tangentes respectives sont perpendiculaires.)

IV.

1) On considère deux points distincts A et B du plan. Soit m la médiatrice de $[AB]$ et soit C un point parcourant m. Trouver le lieu $\mathbb{L}$ du point d'intersection de la médiatrice de $[BC]$ et de la parallèle à AB menée par C.
Que représentent la droite m et le point B pour le lieu trouvé ? Justifier votre réponse.

2) Soient A et B les sommets principaux et C et D les sommets secondaires d'une ellipse $\mathbb{E}$ de grand axe 6 et de petit axe 4. Soit M un point parcourant $\mathbb{E}$ et soit P la projection orthogonale de M sur CD. Trouver le lieu $\mathbb{L}$ du milieu I de $[MP]$.

(Répartition des points : 15(=4+9+2) + 15(=5+3+7) + 15(=5+10) + 15(=9+6))