

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007

Section: D (*repêchage*)

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question I (8+6 = 14 points)

1) Résoudre l'équation suivante dans \mathbb{C} : $2iz^2 - (2-i)z + 1 - i = 0$.

2) Soit le polynôme $P(z) = z^4 + (1-2i)z^3 + (5-2i)z^2 + (5-6i)z - 6i$.

Sachant que $P(z)$ admet -1 et $3i$ comme racines, déterminer toutes les racines de ce polynôme.

Factoriser ensuite $P(z)$.

Question II (9+4+3 = 16 points)

Soit les trois nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{8(2-i)}{1+i} - \frac{(-2+2i)^2}{1-i}, \quad z_2 = 2 \cdot \left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) \right) \quad \text{et} \quad z_3 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$$

1) Ecrire z_1 sous forme trigonométrique et calculer ses racines cubiques complexes.

2) Ecrire z_2 sous forme algébrique et z_3 sous forme trigonométrique.

3) Ecrire $\frac{z_1 \cdot z_3}{z_2}$ sous forme trigonométrique.

Question III (5+10 = 15 points)

1) Résoudre et interpréter géométriquement le système
$$\begin{cases} -6x + 3y - 9z = -6 \\ x + 2y + z = 1 \\ 3x - 4y + 5z = 4 \end{cases}$$
.

2) Résoudre et discuter le système suivant (sans l'interpréter géométriquement) :

$$\begin{cases} (m-1)x - 6y = -1 \\ mx - (m+4)y = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (m \text{ est un paramètre réel})$$



Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question IV (4+5+2+4 = 15 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on donne les deux plans suivants (α et β étant des réels) :

$$\pi_1 \equiv \begin{cases} x = \alpha - 2\beta \\ y = 2\beta - 1 \\ z = -\alpha + 3\beta + 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \pi_2 \equiv -4x + y - z = -2.$$

- 1) Etablir une équation cartésienne du plan π_1 .
- 2) Montrer que l'intersection des plans π_1 et π_2 est une droite d . Donner un point A et un vecteur directeur \vec{u} de cette droite.
- 3) Etablir une équation cartésienne du plan π_3 qui comprend le point $B(-2;1;3)$ et qui est orthogonal à la droite d .
- 4) Etablir un système d'équations cartésiennes de la droite d' passant par les points $C(-2;1;-3)$ et $D(3;-2;-3)$.