

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2008

Section : C

Branche : Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question I 9+(5+6)= 20 points

1) Soient $z_1 = -\sqrt{3} - i$ et $z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$.

Calculez $(z_1)^7 \cdot (z_2)^2$ et écrivez le résultat sous forme trigonométrique.

2) Soit le polynôme $P(z) = 3z^3 + (1+5i)z^2 + (i - \frac{5}{2})z - \frac{1}{2}i$.

a) Calculez les racines carrées complexes de $3+4i$ sous forme algébrique.

b) Résolvez dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$, après avoir vérifié que $-i$ est une solution.

Question II 8+12= 20 points

1) Combien de solutions le système suivant admet-il, suivant les valeurs du paramètre réel m ?

$$\begin{cases} x+2y-5z=0 \\ 4x+6y-2z=0 \\ mx+y+4z=-2 \end{cases}$$

2) Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le plan $\pi \equiv x - 2y - z = 8$, la droite

$$g \equiv \begin{cases} x-y=4 \\ y+z=3 \end{cases} \text{ et le point } A(-1; -2; 1).$$

a) Soit d la droite passant par A et orthogonale au plan π . Déterminez les coordonnées du point d'intersection de la droite d et du plan π .

b) Déterminez une équation cartésienne du plan α passant par A et contenant la droite g .

Tournez la page s.v.p. !

Question III 5+11+4= 20 points

1) Calculez le terme en x^7 dans le développement de $\left(3x^2 - \frac{1}{x}\right)^{11}$.

2) Une urne contient 8 boules rouges, 3 boules blanches et 9 boules noires. On tire 5 boules au hasard et simultanément.

Quelle est la probabilité d'obtenir

- a) 5 boules de même couleur ?
- b) 2 boules rouges, 1 boule blanche et 2 boules noires ?
- c) au moins 3 boules noires ?

3) Parmi 20 élèves d'une classe, on choisit 11 élèves pour former une équipe de football.

Combien d'équipes peut-on former, sachant que Jim et Fred n'acceptent de jouer que s'ils sont ensemble dans une même équipe ?