

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2008

Section: E, F, G

Branche: Mathématiques

Numéro d'ordre du candidat

Question 1 (6 points)

Résoudre le système d'équations suivant et donner une interprétation géométrique détaillée de son ensemble de solutions:

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 0 \\ -x + 2y - z = 3 \\ x - 4y + 3z = 3 \end{cases}$$

Question 2 (4 + 3 + 2 = 9 points)

Dans un repère de l'espace on donne les points $A(1,1,1)$, $B(0,2,3)$ et $C(0,0,4)$ et les vecteurs $\vec{u}(0,1,1)$ et $\vec{v}(1,0,2)$.

- Déterminer un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne du plan Π passant par le point C et de vecteurs directeurs \vec{u} et \vec{v} .
- Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite AB .
- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de Π et de AB .

Question 3 (7 + 4 = 11 points)

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation et l'inéquation suivantes :

- $\ln(x+3)(x-4) = \ln(-4x-2)$
- $0,4^{1-5x} < 0,16^{x+2}$

Question 4 (6 + 8 + 3 = 17 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = e^{x+2} - 1$.

- Déterminer $\text{dom}f$, les limites aux bornes de $\text{dom}f$, l'équation de l'asymptote horizontale et les racines de f .
- Construire G_f à partir de $G \equiv y = e^x$. Indiquer les manipulations utilisées.
- Déterminer l'équation de la tangente t à G_f au point d'abscisse $x = -1$.

Question 5 (5 + 5 + 7 = 17 points)

- Soit la fonction f définie sur $]-\infty, -2] \cup [0, +\infty[$ par $f(x) = (x+1)\sqrt{x^2 + 2x}$. Déterminer la primitive F de f qui prend la valeur 1 pour $x = 0$.
- Calculer l'intégrale $\int_{-2}^0 (x-2)e^x dx$.
- Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{9} - \frac{x^2}{4}$. Etudier le signe de $f(x)$. Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par G_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.