

## Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009

*juin*

Section: **D**

Branche: **Mathématiques I**

Numéro d'ordre du candidat

\_\_\_\_\_

### Exercice 1

1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = z^3 - 2i \cdot z^2 + (3+4i) \cdot z + 8 - 6i = 0$ , sachant que  $P$  admet une racine imaginaire pure.

2) On considère les nombres complexes suivants:

$$z_1 = \frac{\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} + 6i)^2}{(\sqrt{3} + 3i)^3} \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2} + (\sqrt{6} + \sqrt{2})i}{\sqrt{3} + i}$$

a) Ecrire  $z_1$  et  $z_2$  sous forme algébrique et puis sous forme trigonométrique

b) Ecrire  $z_3 = \frac{z_2}{z_1}$  sous forme algébrique et trigonométrique.

c) Dédire des calculs précédents les valeurs exactes de  $\cos \frac{7\pi}{12}$  et  $\sin \frac{7\pi}{12}$ .

(12+18 = 30 points)

### Exercice 2

1) Soient les trois points  $A(-1;2;1)$ ,  $B(2;-1;3)$  et  $C(0;-2;-1)$  donnés dans un repère orthonormé de l'espace.

a) Déterminez des équations paramétriques et cartésienne du plan  $\pi$  contenant les 3 points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

b) Est-ce que le point  $D(-5;3;1)$  appartient au plan  $\pi$  ?

c) Déterminez les coordonnées du point de percée de la droite  $d \equiv \begin{cases} x+2y-z = 3 \\ -x-2y+2z = 0 \end{cases}$  avec le plan  $\pi$ .

2) Résolvez suivant les valeurs du paramètre  $a$  le système suivant: 
$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + a \cdot y + 2z = 1 \\ x + 3y + a \cdot z = -2 \end{cases}$$

et donnez une interprétation géométrique des résultats trouvés.

(13+17 = 30 points)