Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009 Section: D Branche: **Mathématiques I**	**Numéro d'ordre du candidat** repêchage juin

I 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $iz^3-2(2-i)z^2-2(3+4i)z+8-4i=0$, sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure.

2) Soient t_0, t_1 et t_2 les solutions de l'équation sous 1) telles que $\mathrm{Re}(t_0)=0$ et $\mathrm{Re}(t_1)<\mathrm{Re}(t_2)$. Calculer $m,n\in\mathbb{R}$ tels que $m\cdot t_1+i\,n\cdot t_2=t_0$.

(15+3=18 points)

II Soit le nombre complexe $Z=\dfrac{\left(\sqrt{3}-i\right)^7}{16\,cis\,\dfrac{4\pi}{3}}$.

1) Ecrire Z sous sa forme trigonométrique, puis sous sa forme algébrique.
2) Calculer les racines cubiques complexes z_0, z_1 et z_2 de Z. Les donner sous leur forme trigonométrique, puis sous leur forme algébrique.
3) Reporter les points qui ont pour affixes les racines cubiques de Z dans le plan de Gauss.
4) Calculer $(z_0)^2+(z_1)^2+(z_2)^2$ sous sa forme algébrique et $(z_0)^2\cdot(z_1)^2\cdot(z_2)^2$ sous sa forme trigonométrique.

(4+4+2+2=12 points)

III Discuter, résoudre et interpréter géométriquement le système

$$(S_a):\begin{cases}(1-a)x-y-z=-(1-a)\\ -x+(1+a)z=1\\ -ax-2y+2az=2a+1\end{cases},\ \text{où } a\in\mathbb{R}.$$

(17 points)

IV Soient les points $A(0,-1,1)$, $B(-1,0,1)$, $C(1,-1,0)$ et le vecteur $\vec{n}\,(1,1,-1)$ dans un R.O.N.

1) Etablir une équation cartésienne du plan π passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$.
2) Vérifier si les points B et C appartiennent au plan π.
3) Ecrire les équations paramétriques de la droite d passant par le point C et orthogonale au plan π.
4) Calculer l'intersection de la droite d et du plan π.
5) Etablir une équation cartésienne du plan π' orthogonal au plan π et contenant la droite d et le point B.

(2+2+2+3+4=13 points)