

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2010

Section : C

Branche : Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

juin

I. 1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E)  $z^3 + (1+i)z^2 + (7+8i)z - 15 + 3i = 0$  sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure.

2) Soit les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{3\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+2i} \qquad z_2 = \sqrt{2} \cdot \text{cis}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

Écrire  $z_1$  sous forme algébrique et sous forme trigonométrique, puis calculer  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2010}$  et écrire le résultat sous forme algébrique.

14+6=20 points

II. 1) i. Déterminer les valeurs du paramètre réel  $m$  pour lesquelles le système suivant admet une seule solution.

$$\begin{cases} x + 2y + mz = 2 \\ x + 3y + 2mz = m \\ mx + 2my + z = 2 \end{cases}$$

ii. Résoudre le système ci-dessus lorsque  $m = -1$  et interpréter le résultat géométriquement.

iii. Résoudre le système ci-dessus lorsque  $m = 1$  et interpréter le résultat géométriquement.

2) Dans un repère orthonormé de l'espace on donne les points  $A(2; 0; 1)$ ;  $B(0; -1; 2)$  et  $C(-1; 1; 1)$ .

i. Vérifier que les points  $A$ ;  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés.

ii. Déterminer une équation cartésienne du plan  $\Pi_1$  passant par  $A$ ;  $B$  et  $C$ .

iii. Déterminer un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite  $(AB)$ .

iv. Déterminer une équation cartésienne du plan  $\Pi_2$  passant par  $C$  et qui est orthogonal à  $(AB)$ .

10+10=20 points

III. 1) Déterminer le terme en  $x^8$  de  $\left(\frac{x^2}{3} + \frac{2}{x^3}\right)^9$ .

2) Un entraîneur de basket-ball a 12 joueurs à sa disposition dont 2 Américains, 7 Luxembourgeois et 3 joueurs nés dans un autre état membre de l'union européenne. ( dans la suite un joueur né dans un état membre de l'union européenne non luxembourgeois est simplement dit joueur de l' U.E )

Pour former une équipe il faut choisir 5 joueurs.

i. Combien d'équipes peut-on former?

ii. Combien d'équipes peut-on former contenant exactement 1 Américain et 1 joueur de l' U.E ?

iii. Combien d'équipes peut-on former contenant au plus 1 Américain et au plus 1 joueur de l' U.E ?

iv. Combien d'équipes peut-on former contenant exactement 2 joueurs étrangers sachant que les Américains refusent de jouer avec les joueurs de l' U.E ?

v. De combien de manières peut-on distribuer des tricots numérotés de 1 à 24 à ses 12 joueurs?

6+14=20 points