

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2010

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Jun

- I. a) Déterminer les valeurs du paramètre réel k pour lesquelles le système suivant admet une seule solution :

$$(S_k) \equiv \begin{cases} (k-1)x + 3y - z = 8k - 1 \\ 6x + ky + 2z = 8k + 2 \\ (k+3)x + 5y - 9z = 111 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}). \quad 5 \text{ p.}$$

- b) Choisir $k = 5$, puis résoudre le système : indiquer l'ensemble de toutes ses solutions et donner une interprétation géométrique. 10 p.

- II. On considère les trois points $P(6; 4; 2)$; $Q(5; -4; 3)$ et $R(-3; 2; -7)$.

- a) Établir un système de 2 équations cartésiennes de la droite QR . 3 p.

- b) Établir une équation cartésienne du plan Π passant par le point P et de vecteur normal \overrightarrow{QR} . 3 p.

- c) Trouver les coordonnées d'un point H du plan Π , différent de P . 3 p.

- d) Déterminer un vecteur directeur du plan Π . 3 p.

- e) Calculer les coordonnées du point d'intersection K de la droite et du plan donnés par les équations suivantes:

Le plan : $4x - 3y + 5z = 22$; la droite :
$$\begin{cases} x = 5 + 4k \\ y = -4 - 3k \\ z = 3 + 5k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}). \quad 3 \text{ p.}$$

- III. a) Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 + 2(1-2i)z - 3(1+2i) = 0$ 7 p.

- b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$z^3 + 2z^2 - 11z - 12 = (6z^2 + 10z - 6) \cdot i$$

sachant qu'elle admet au moins une solution imaginaire pure. 8 p.

- IV. a) Calculer les racines cubiques du nombre $Z = 8i \cdot \text{cis} \frac{\pi}{3}$. 3 p.

Représenter les points images des ces racines dans le plan complexe. 3 p.

- b) On donne : $z_1 = \frac{i}{1-i}$ et $z_2 = 6 + 2\sqrt{3}i$

Écrire ces deux nombres sous forme trigonométrique. 2 p.

Écrire le produit $z_1 \cdot z_2$ sous les formes algébrique puis trigonométrique. 3 p.

En déduire trois valeurs trigonométriques de $\frac{11\pi}{12}$. 4 p.