Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2010

Section: B

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

____

Question I $(6 + 5 + 4 = 15$ points$)$

1. On donne le polynôme P à coefficients complexes:

$$P(z) = \alpha z^2 + \beta z + 15 - 3i$$

   a) Déterminer α et β sachant que $3i$ est une racine et que le reste de la division de $P(z)$ par $z + 3$ est égal à $3 - 9i$.

   b) Déterminer la deuxième racine de P.

2. Dans le plan de Gauss déterminer et représenter graphiquement l'ensemble $\mathbb{E}$ des points M d'affixe z tels que Z soit un réel si on donne

$$Z = \frac{2z - i}{\overline{z} + 2i} \quad \text{avec } z \in \mathbb{C}\backslash\{2i\}.$$

3. Dans le plan de Gauss on donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 8$, $z_B = -5+6i$ et $z_C = -4i$.

   a) Calculer l'affixe du point D, image du point A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{-\pi}{3}$ suivie de l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{-3}{2}$.

   b) Calculer $\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$. En déduire la nature du triangle ABC.

Question II $(5 + 4 + 4 = 13$ points$)$

1. Identifier la courbe C et tracer-la dans un repère orthonormé d'unité 1cm.

$$C \equiv x = -\sqrt{\frac{-1}{2}y^2 + 2y + 6}$$

2. Déterminer une équation de la tangente t parallèle à la droite $d \equiv y = x$ à la conique $\Gamma \equiv y^2 = -2x + 6$.

3. Soit une hyperbole équilatère H.

   a) Montrer que l'excentricité ε de toute hyperbole équilatère est égale à $\sqrt{2}$.

   b) Déterminer une équation focale et une équation cartésienne réduite de l'hyperbole équilatère H de foyer $F\left(-\sqrt{2}, -1\right)$ et de directrice associée $d \equiv x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2010 Section: B Branche: Mathématiques I	Numéro d'ordre du candidat ____________________

Question III $(6+4+5=15 \text{ points})$

1. A la baraque foraine "Pêche aux canards" il y a en tout 25 canards: quinze canards sont marqués 30, neuf sont marqués 50 et un canard est marqué 70. Un enfant pêche au hasard 3 canards sans replacer les canards pêchés dans l'eau. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X qui est la somme des points marqués sur les trois canards pêchés.

2. Bruno doit livrer des paquets à 5 personnes A, B, C, D et E. Combien y a-t-il de trajets possibles sachant que

   a) l'ordre des livraisons est indifférent,

   b) il doit livrer A en quatrième position,

   c) il doit livrer A avant B et C.

3. Dans une fabrication d'objets en série, 8 % de ces objets présentent un défaut. On choisit au hasard 12 objets et on note X la variable aléatoire qui est le nombre d'objets avec un défaut.

   a) Quelle est la loi de probabilité de X. Justifier.

   b) Calculer la probabilité que, parmi les 12 objets choisis, il y ait exactement 2 objets avec un défaut.

   c) Calculer la probabilité que, parmi les 12 objets choisis, au moins dix objets soient sans défaut.

Question IV $(5+12=17 \text{ points})$

1. Identifier la trajectoire C et tracer-la dans un repère orthonormé. Indiquer le sens de parcours sur la figure.

$$C \equiv \begin{cases} x = \dfrac{2}{\cos t} \\ y = \tan t - 1 \end{cases} \qquad t \in [\tfrac{-\pi}{4}, \tfrac{\pi}{2}[$$

2. Soient deux droites parallèles d et d' et un point M donné tel que $\overline{MH'} = 3\overline{MH}$ où H et H' sont les projections orthogonales respectives de M sur d et d'. N étant un point de d distinct de H, on construit le rectangle $MNPQ$ tel que Q est sur d'. Déterminer l'ensemble $\mathbb{L}$ des points P quand N décrit la droite d.