

## Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011

Section: B

Branche: mathématiques 2

Numéro d'ordre du candidat

---

1) a. Résoudre  $3^x + 4^{x+\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}x+1} + 2^{2x-1}$

b. Résoudre  $\ln(1 + \ln(1 + x)) \leq 0$

c. Résoudre  $x^{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x}^x$

d. Calculer  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x)}{\tan x} dx$

e. Calculer  $\int_a^b \cos(\ln x) dx$  avec  $a=1$  et  $b=e^{\frac{\pi}{2}}$

5x3 = 15 points

2) On donne la fonction f définie par  $f(x) = (x + 3)e^{\frac{-x}{2}}$

a. Etudier f: domaine, limites aux bords du domaine, asymptotes, variations, point d'inflexion, concavité, tangente au point d'inflexion, représentation graphique.

b. Calculer l'aire A(t) délimitée par la courbe représentative de f, les droites  $x = -3$  et  $x = t$  avec  $t > -3$  ainsi que l'axe des x. Calculer  $\lim A(t)$  lorsque  $t \rightarrow +\infty$ .

c. Calculer le volume V(t) engendré par rotation autour de l'axe des abscisses de l'aire A(t). Calculer  $\lim V(t)$  lorsque  $t \rightarrow +\infty$ .

7 + 4 + 4 = 15 points

3) On donne la fonction f définie par  $f(x) = \frac{1}{2} \ln[(e^{2x} - 6e^x + 5)^2]$

a. Etudier f: domaine, limites aux bords du domaine, asymptotes, variations, points d'intersection avec l'axe des abscisses, représentation graphique.

b. Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = m$ , m étant un paramètre réel.

12 + 3 = 15 points

## Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011

Section: B

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

\_\_\_\_\_

### Problème

#### Remarque préliminaire

Soit  $v(t)$  la vitesse instantanée d'un mobile à l'instant  $t$ .

On suppose que  $v(t) \geq 0$ , pour  $t \geq 0$ .

La distance  $d$  parcourue par le mobile entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  ( $t_1 < t_2$ ) est donnée par :

$$d = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

Un bateau à voile dépasse à une vitesse constante  $v_0 = 160$  m/min un bateau à moteur au repos. Au moment du croisement, le bateau à moteur se met en mouvement et poursuit le bateau à voile.

La vitesse instantanée  $v(t)$  du bateau à moteur est toujours positive pour  $t > 0$  et est définie par :

$$v(t) = 960 \cdot e^{-t} - 960 \cdot e^{-2t} \quad (t \geq 0)$$

(temps  $t$  en minutes, vitesse  $v(t)$  en m/min)

#### Partie A

- 1) Déterminer la vitesse la plus élevée du bateau à moteur dans l'intervalle de temps  $I = [0; 5]$ .
- 2) A quel instant la vitesse du bateau à moteur décroît-elle le plus rapidement dans  $I$  ?
- 3) Pendant combien de temps le bateau à moteur se déplace-t-il plus rapidement que le bateau à voile dans  $I$  ?

#### Partie B

- 1) Quelle distance  $s_m(t)$  le bateau à moteur a-t-il parcourue à l'instant  $t$  ?  
D'après ce modèle la distance parcourue par le bateau dépasse-t-elle 500m ?
- 2) Quelle est la distance  $s_v(t)$  parcourue par le bateau à voile à l'instant  $t$  ?
- 3) A quel moment le bateau à moteur dépasse-t-il le bateau à voile ?

#### Partie C

Après  $t_0 = 2,55$  min, le bateau à voile dépasse à nouveau le bateau à moteur.

A partir de ce moment les deux bateaux diminuent leur vitesse.

## Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2011

Section: B

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

\_\_\_\_\_

- 1) A partir de l'instant  $t = t_0$ , la nouvelle vitesse  $v_a(t)$  du bateau à moteur est décrite par la tangente au graphe cartésien de la vitesse initiale  $v(t)$  au point d'abscisse  $t = t_0$ .
- a) Déterminer l'expression de la vitesse  $v_a(t)$  du bateau à moteur pour  $t \geq 2,55$ .
  - b) A quel moment le bateau à moteur s'arrête-t-il ?
  - c) Quelle est la distance parcourue par le bateau à moteur entre  $t_0$  et l'instant d'arrêt ?
- 2) A partir de l'instant  $t = t_0$  la nouvelle vitesse du bateau à voile peut aussi être décrite par une fonction affine définie par  $v_b(t) = m \cdot t + p$ .
- a) Déterminer  $m$  et  $p$  en fonction de  $t_1$ , instant où le bateau à voile s'arrête et tenir compte de sa vitesse à l'instant  $t = t_0$ .
  - b) Calculer  $t_1$ , sachant que le bateau à voile s'arrête au même endroit que le bateau à moteur.

(5+4+6 = 15 points)