CORRIGÉ

I 1) a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\0\\2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}$

$$M(x,y,z)\in\Pi \iff \exists k\in\mathbb{R}, \exists h\in\mathbb{R}, \begin{cases} x-7=-3k-h \\ y-2=h \\ z+1=2k+2h \end{cases}$$

équations paramétriques

$$\iff \exists k\in\mathbb{R}, \exists h\in\mathbb{R}, \begin{cases} h=y-2 \\ k=3-\frac{x}{3}-\frac{y}{3} \\ 2x-4y+3z-3=0 \end{cases}$$

$$\boxed{\Pi \equiv 2x-4y+3z-3=0}$$

b) $D(x;-5;2)\in\Pi \iff 2x+20+6-3=0$

$\iff 2x=23 \iff \boxed{x=-\frac{23}{2}}$

II $\begin{cases} x=5+y+2z \\ -2y-10z=16 \\ -y-5z=8 \end{cases} \iff \begin{cases} x=5+y+2z \\ 0z=0 \\ y=-5z-8 \end{cases}$

Le système est à une indéterminée

Posons $z=\gamma$; dès lors $y=-5\gamma-8$ et $x=-3\gamma-3$

$$S=\{(-3\gamma-3;-5\gamma-8;\gamma)\mid \gamma\in\mathbb{R}\}$$

Les trois équations représentent trois plans qui se coupent selon la droite passant par $A(-3;-8;0)$ et de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\-5\\1\end{pmatrix}$

III $\ln\frac{1}{2} - \ln(2x+1) - \ln(x-1) \geq -\ln(2x+6)$

Conditions : $2x+1>0$ et $x-1>0$ et $2x+6>0$

$x > -\frac{1}{2}$ et $x>1$ et $x>-3$

$\boxed{x>1}$

Si on est dans les conditions, l'inéquation s'écrit :

$$\ln\frac{1}{2} + \ln(2x+6) \geq \ln(2x+1) + \ln(x-1)$$
$$\ln(x+3) \geq \ln(2x^2-x-1)$$
$$x+3 \geq 2x^2-x-1$$

(car la fonction ln est une bijection str. croissante)

$$2x^2-2x-4 \leq 0$$
$$x^2-x-2 \leq 0 \qquad x \in [-1;2]$$

Vu les conditions : $S =]1,2]$

IV ⓐ $f(x) = \dfrac{3\,e^{2x+4}}{e^{2x+4}+3} = \dfrac{3}{2}\,\dfrac{2e^{2x+4}}{e^{2x+4}+3}$

$$F(x) = \frac{3}{2}\ln\left|e^{2x+4}+3\right| + k = \frac{3}{2}\ln\left(e^{2x+4}+3\right) + k$$

$$F(-2) = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}\ln(e^0+3)+k=0 \Rightarrow \frac{3}{2}\ln 4 + k = 0$$
$$\Rightarrow k = -\frac{3}{2}\ln 4 = -3\ln 2$$

$$F(x) = \frac{3}{2}\ln\left(e^{2x+4}+3\right) - 3\ln 2$$

ⓑ $I = \displaystyle\int_{-1}^{-4} (3-2x)\,e^{2x}\,dx = ?$

$f(x) = 3-2x \qquad f'(x) = -2$

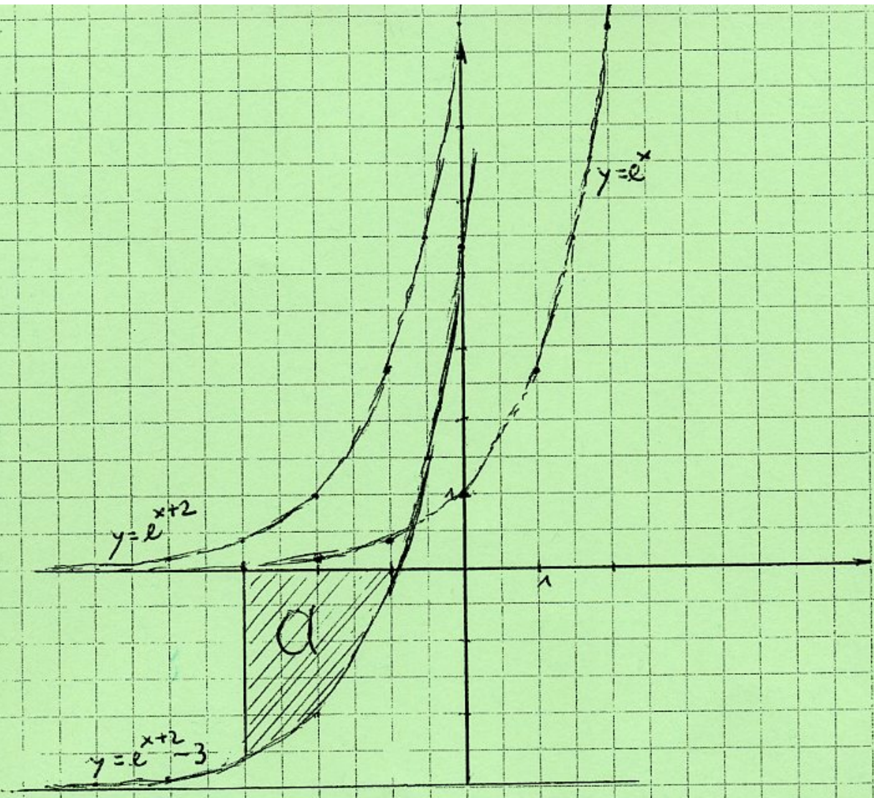
$g'(x) = e^{2x} \qquad g(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$

$$I = \left[(3-2x)\cdot\frac{1}{2}e^{2x}\right]_{-1}^{-4} - \int_{-1}^{-4}(-2)\cdot\frac{1}{2}e^{2x}\,dx$$
$$= \left[\frac{1}{2}(3-2x)\,e^{2x}\right]_{-1}^{-4} + \int_{-1}^{-4} e^{2x}\,dx = \left[\frac{1}{2}(3-2x)e^{2x} + \frac{1}{2}e^{2x}\right]_{-1}^{-4}$$
$$= \left[(2-x)\,e^{2x}\right]_{-1}^{-4} = 6\cdot e^{-8} - 3e^{-2} = \frac{6}{e^8} - \frac{3}{e^2}$$

V

a)

b)



$f(x) = e^x$ $\quad \mathcal{C}_f \rightarrow \mathcal{C}_{f_1}$: translation de deux unités vers la gauche

$f_1(x) = e^{x+2}$ $\quad M(x;y) \rightarrow M'(x-2;y)$

$g(x) = e^{x+2}-3$ $\quad \mathcal{C}_{f_1} \rightarrow \mathcal{C}_g$: translation de trois unités vers le bas

$N(x;y) \rightarrow N'(x;y-3)$

c) $g(x) = 0 \iff e^{x+2}-3 = 0$

$\iff e^{x+2} = 3$

$\iff e^{x+2} = e^{\ln 3} \iff x+2 = \ln 3 \iff x = -2+\ln 3$

$(\simeq -0{,}9)$

d) $\mathcal{A} = -\int_{-3}^{-1} (e^{x+2}-3)\,dx = \left[-e^{x+2}+3x\right]_{-3}^{-1} = (-e-3)-(-e^{-1}-9)$

$= -e-3+\frac{1}{e}+9$

$= 6-e+\frac{1}{e} \simeq 3{,}65$ u.a.

VI

a) Comportant trois boules de couleurs différentes : $C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_1^1 = 12$ tirages

b) Comportant deux boules rouges : $C_4^2 \cdot C_4^1 = 24$ tirages

Comportant deux boules noires : $C_3^2 \cdot C_5^1 = 3 \cdot 5 = 15$ tirages

Comportant deux boules de m̂ couleur : $24+15 = 39$ tirages.

c) Comportant deux boules rouges : $6 \cdot 4 = 24$ tirages.

Comportant trois boules rouges : $C_4^3 = 4$ tirages.

Comportant au moins deux boules rouges : $24+4 = 28$ tirages.