

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2012

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

juin

Question I

Résoudre l'équation suivante dans \mathbb{C} , sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure.

$$3z^3 + (-4 + 3i)z^2 + (7 - 7i)z + 2i - 2 = 0$$

(14 points)

Question II

On considère les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{-21\sqrt{2} - 3i\sqrt{2}}{(1-2i)^2} \text{ et } z_2 = \frac{i}{i\sqrt{3}-1}$$

1) Ecrire z_1 et z_2 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

2) En écrivant $Z = \frac{z_1 \cdot z_2}{i + \sqrt{3}}$ de deux manières différentes, déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{-7\pi}{12}$ et $\sin \frac{-7\pi}{12}$.

(5+11=16 points)

Question III

Résoudre, discuter et interpréter géométriquement suivant les valeurs attribuées au paramètre réel m :

$$\begin{cases} x + my + (m+1)z = m \\ x + my + z - 2m = 0 \\ mx + y + z + 1 = 1 \end{cases}$$

(17 points)

Question IV

Dans un repère orthonormé de l'espace on donne quatre points $A(1; -1; 0)$, $B(2; 3; 5)$, $C(-1; 4; 16)$ et $D(-1; 0; -6)$,

ainsi que le plan π défini par : $\begin{cases} x = \alpha + 2\beta \\ y = \alpha \\ z = -2\beta \end{cases}$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$ et $\beta \in \mathbb{R}$.

1. a) Déterminer les équations paramétriques et cartésienne du plan P passant par A, B et C.

b) Etablir une équation cartésienne de π .

2. Déterminer les équations paramétriques de la droite d' définie par $d' = P \cap \pi$.

Le point D appartient-il à d' ?

3. Quelle est l'intersection de π et de la droite d_1 définie par : $\begin{cases} x = 4 + 3m \\ y = -2 + m \\ z = 2 - 5m \end{cases}$, avec $m \in \mathbb{R}$?

(5+5+3=13 points)