Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013

Section: B

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

____

I) **1)** Résolvez l'équation suivante dans $\mathbb{C}$ **:** $z^4+(2i-5)z^2+50i=0$

2) Dans le plan de Gauss soient A, B, C trois points d'affixes respectives $z_A=z+i+1$, $z_B=3z+1$ et $z_C=2z+i$ avec $z\in\mathbb{C}$.

a) Déterminez l'ensemble : $\mathbb{E}=\left\{z\in\mathbb{C} \,/\, A\neq B \text{ et } A\neq C \text{ et } B\neq C\right\}$

b) Déterminez et représentez dans le plan de Gauss l'ensemble :

$$\mathbb{F}=\left\{P(z)\,/\,z\in\mathbb{E} \text{ et } \frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\in i\mathbb{R}\right\}$$

c) Que peut-on dire du triangle ABC si $P(z)\in\mathbb{F}$? Justifiez votre réponse !

(7+9*(2+5+2)* **= 16 points)**

II) **1)** Calculez le terme constant dans l'expression $\left(2x-\frac{3}{4x^2}\right)^{21}$.

2) On considère l'expérience suivante : d'une urne contenant 3 boules rouges, 5 boules noires et 8 boules blanches on tire *simultanément* 2 boules. Quelle est la probabilité qu'en réalisant 10 fois de suite cette expérience (en remettant à chaque fois les boules tirées dans l'urne avant de recommencer) on obtienne *au plus* 8 fois deux boules de même couleur ?

3) D'un jeu de 32 cartes on tire une main de 4 cartes (tirage sans ordre et sans remise). Si la main contient 4 as on gagne 8 €, 3 as on gagne 4 €, 2 as on gagne 2 €, 1 as on gagne 1 €. Par contre si elle ne contient aucun as on perd 1 € sauf si parmi les 4 cartes il y a la dame de cœur auquel cas on ne perd rien mais on ne gagne rien non plus. En calculant l'espérance mathématique d'une variable aléatoire à définir, déterminez si ce jeu est favorable au joueur ou non.

(3+5+7 = 15 points)

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013 **Section: B** **Branche: Mathématiques I**	**Numéro d'ordre du candidat** ____________________

III) Le plan est muni d'un R.O.N. $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, unité de longueur : 1 cm. *Les questions 1) et 2) sont indépendantes* et vous pourrez donner toutes les réponses dans un repère de votre choix.

1) Identifiez la courbe suivante donnée par : $\Gamma \equiv 3x+4\sqrt{y^2+4y+13}=15$, donnez ses éléments caractéristiques (excentricité, axe focal, foyer(s), sommet(s), directrice(s), asymptotes éventuelles) puis représentez-la.

2) Soit la parabole d'équation $\Phi \equiv y^2 = 4x$ et $P\left(x_0, y_0\right) \in \Phi$ avec $P \neq O$.

a) Déterminez les éléments caractéristiques de Φ et la pente de la tangente *t* à Φ en P. Représentation graphique.

b) Pour tout point M de la directrice d il existe deux tangentes t' et t'' à Φ qui passent par M. Montrez que $t' \perp t''$.

(7+8*(4+4)* = 15 points)

IV) Dans un repère orthonormé d'origine O on considère le point $A\left(3;0\right)$ et le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 5.

1) En notant $M\left(x;y\right)$ un point quelconque du plan et $M\mathcal{C}$ la distance de M au cercle $\mathcal{C}$, montrez que $M\mathcal{C}=\left|5-\sqrt{x^2+y^2}\right|$ (*).

2) Déterminez et représentez le lieu $\mathbb{L}$ des points M du plan qui sont équidistants de A et de $\mathcal{C}$:

$$\mathbb{L} = \left\{M \,/\, MA = M\mathcal{C}\right\}$$

Indication : utilisez la formule (*).

Que représentent les points O et A pour $\mathbb{L}$?

(4+10 = 14 points)