Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

____

Exercice 1

Soit $P(z) = z^3 - (7+2\mathrm{i})z^2 + (17+8\mathrm{i})z - 15 - 10\mathrm{i}$.

1. Calculer $P(2-\mathrm{i})$ et en déduire que $z_0 = 2-\mathrm{i}$ est une racine de P.
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

[$3+9=12$ pts]

Exercice 2

Soient les nombres complexes $z_1 = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}\mathrm{i}$ et $z_2 = 8\mathrm{i}\ \mathrm{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $Z = \frac{z_1^2}{z_2}$.

1. Déterminer la forme trigonométrique de z_1 et la forme algébrique de z_2.
2. Déterminer la forme trigonométrique et la forme algébrique de Z.
3. Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{-13\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{-13\pi}{12}\right)$.
4. *Question indépendante :* Calculer et donner sous forme trigonométrique les racines cubiques du nombre complexe $w = 4\sqrt{2}(1+\mathrm{i})$. Puis reporter les points qui ont pour affixes les racines cubiques de w dans le plan de Gauss.

[$4+5+2+7=18$ pts]

Exercice 3

Discuter, résoudre et interpréter géométriquement le système

$$(S) \equiv \begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ -x + my + 2z = 5 \\ 7x + 3y + (m-5)z = 7 \end{cases},$$

où m est un paramètre réel.

[17 pts]

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Exercice 4

Dans un repère orthonormé de l'espace on donne les points $A(1;0;1)$, $B(3;1;-1)$ et $C(-1;-2;1)$.

1. Déterminer un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne du plan π comprenant les points A, B et C.
2. Considérons les points $S\,(-1;4;-5)$ et $T\,(5;-2;-2)$. Montrer que les deux points S et T n'appartiennent pas au plan π.
3. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (ST).
4. Calculer les coordonnées du point d'intersection de la droite (ST) et du plan π.

$[6+2+3+2=13 \text{ pts}]$