Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013 **Section: B** **Branche: Mathématiques II**	**Numéro d'ordre du candidat** sept. 2013

Question 1 : (15 points)

A

Soit g la fonction définie par $g(x) = x^2 - \ln x + 1$

1. Déterminer le domaine de définition de g.
2. Déterminer les limites de g aux bornes du domaine de définition.
3. Étudier les variations de g. Dresser le tableau de variation de g.
4. Donner le signe de $g(x)$.

B

Soit f la fonction définie par $f(x) = x + \dfrac{\ln x}{x} + 1$ et soit $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Déterminer les limites de f aux bornes du domaine de définition. Rechercher les branches infinies de f.
3. Calculer sa fonction dérivée. Exprimer $f'(x)$ en fonction de $g(x)$.
4. Étudier les variations de f en utilisant les résultats de la partie A.
5. Étudier la concavité de $\mathcal{C}_f$. Le cas échéant, donner une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en son point d'inflexion.
6. Tracer $\mathcal{C}_f$ ainsi que la tangente, le cas échéant, dans un repère orthonormé (unité de longueur 1 cm).

Question 2 : ((5 + 4) + 4 + 7 = 20 points)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $3\log_8(2x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+4) \geq \log_2(2-3x)$

b) $\left(x^2\right)^{x^2} = \left(x^4\right)^{x^4}$

2) Calculer la limite suivante : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{4x-1}{4x+2}\right)^{3x-1}$

3) Dans un repère orthonormé du plan, on donne le cercle $\mathcal{C}$ de centre C(0,1) et de rayon $\sqrt{10}$ et la droite d d'équation x + y + 1 = 0. On note $\mathcal{D}$ la partie du plan comprenant le point (-1,-1) et délimitée par $\mathcal{C}$ et d.

a) Faire une figure.

b) Calculer l'aire de la surface $\mathcal{D}$.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013 Section: B Branche: Mathématiques II	Numéro d'ordre du candidat __________ __________

Question 3 : (19 + 6 = 25 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x)=\begin{cases} xe^{\sqrt{-x}}, \text{ si } x\leq 0 \\ x(\ln x)^2 - x, \text{si } x>0 \end{cases}$$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative

1) a) Déterminer le domaine de continuité et de dérivabilité de f.

(Étudier en particulier la continuité et la dérivabilité de f en 0)

b) Étudier le comportement asymptotique de f.

c) Étudier le sens de variations de la fonction f et dresser son tableau de variations.

d) Étudier la concavité de $\mathscr{C}_f$.

e) Tracer $\mathscr{C}_f$ ainsi que ses demi-tangentes éventuelles dans un repère orthonormé (unité de longueur 2cm).

2) a) On considère un réel positif $\alpha \in \left]0;\frac{1}{e}\right]$

Soit $\mathscr{A}(\alpha) = \int_{\alpha}^{\frac{1}{e}} f(x)\,dx$. Calculer $\mathscr{A}(\alpha)$.

b) Calculer $\lim\limits_{\alpha\to 0} \mathscr{A}(\alpha)$.