

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question 1 (6+3+4+3=16 points)

Soit $z_1 = \frac{-3+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ et $z_2 = \frac{3\sqrt{3}(i-1)-9(1+i)}{\sqrt{3}-i}$

1. Mettez les deux nombres complexes sous forme algébrique et trigonométrique.
2. Déterminez $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme trigonométrique et algébrique.
3. Déduisez-en $\tan\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$.
4. Calculez les racines cubiques complexes de z_1 .

Question 2 (14 points)

Soit le polynôme $P(z) = z^3 - (3+2i)z^2 + 3z(5+i) + 2(7i-9)$.

Résolvez dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$ sachant que le polynôme admet une racine imaginaire pure.

Question 3 (16 points)

Résolvez, discutez et interprétez géométriquement suivant la valeur du paramètre réel m le

système suivant:
$$\begin{cases} mx - y + z = m \\ -x + 2y + mz = 2 \\ -x - y - mz = -1 \end{cases}$$

Question 4 (1+3+4+4+2=14 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points $A(7; -7; -2)$ et $B(5; -3; 0)$.

1. Déterminez un système d'équations paramétriques de la droite (AB) .
2. Déterminez l'intersection de la droite (AB) avec le plan $\Pi \equiv 4x - y + 2z - 3 = 0$.
3. Déterminez une équation cartésienne du plan Π' passant par les points A et B et orthogonale au plan Π .
4. Déterminez l'intersection $\Pi \cap \Pi'$.
5. Est-ce que le point $C(3; 4; -1)$ appartient à l'intersection $\Pi \cap \Pi'$?