Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Section: B

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

____

Question I (10+6 = **16 points**)

1) Soit $P(z) = z^3 + a\,z^2 + b\,z + 10 + 10i$ avec a et b complexes.

a) Déterminer a et b sachant que $-i$ est une racine de $P(z)$ et que le reste de la division de $P(z)$ par $z - 2$ est $12 - 4i$.

b) Résoudre ensuite $P(z) = 0$ en remplaçant a et b par les valeurs trouvées dans **a)**.

c) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé représenter les points A, B et C dont les affixes sont les solutions de l'équation $P(z) = 0$. Déterminer la nature du triangle ABC. Justifier la réponse.

2) a) Calculer les racines carrées de $Z = -\sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$. Mettre les résultats sous forme algébrique.

b) Mettre $Z = -\sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$ sous forme trigonométrique et en déduire les formes trigonométriques des racines

carrées de Z.

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{5\pi}{8}$ et de $\sin\frac{5\pi}{8}$.

Question II (3+6+5 = **14 points**)

1) Calculer le terme en x^8 provenant du développement de $\left(2x^2 - \frac{1}{4x}\right)^{10}$.

2) On extrait au hasard et simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.

Calculer la probabilité d'obtenir :

a) exactement deux rois,

b) au moins un roi ou au moins un cœur,

c) au moins deux cœurs.

3) Une urne contient deux boules noires et trois boules blanches.

L'expérience suivante est réalisée 4 fois de suite en remettant à chaque fois les boules tirées dans l'urne.

On tire simultanément 2 boules au hasard. On gagne si on tire deux boules de même couleur.

Soit X le nombre de gains.

a) Quelle est la loi de probabilité de X ? Justifier.

b) Quelle est la probabilité de gagner au moins deux fois ?

c) Calculer l'espérance mathématique de X.

Tourner s.v.p.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Section: B

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question III (6+9 = **15 points**)

1) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ on considère la conique C définie par :

$4x^2 + 9y^2 - 8x + 36y + 4 = 0.$

Déterminer la nature, le centre Ω, l'axe focal et l'excentricité de C.

Donner dans $(\Omega, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et dans $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les coordonnées des sommets, des foyers et une équation cartésienne de chaque directrice de C.

2) Dans un repère orthonormé, on considère l'hyperbole H définie par : $y^2 = \frac{x^2}{4} - 1.$

Soit A le point de H d'abscisse 4 et d'ordonnée positive. La tangente T en A à H coupe les deux asymptotes de H en P et en Q.

Démontrer que A est le milieu de $[PQ]$.

Faire une figure avec tous les éléments de la question (unité : 1 cm).

Question IV (6+9 = **15 points**)

1) Soit C la courbe définie par : $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \frac{1+\cos 2t}{2} \end{cases}, t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$

Déterminer une équation cartésienne de C, identifier C et représenter graphiquement C dans un repère orthonormé.

2) Deux droites d et d' sont perpendiculaires. Un segment $[AB]$ de longueur 6 glisse de manière que A reste sur d et B sur d'. Déterminer et construire le lieu des points M vérifiant que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ en choisissant un repère orthonormé (unité : 1 cm).